Pembahasan Soal Ujian Profesi Aktuaris

Persatuan Aktuaris Indonesia

A10-Matematika Keuangan

Periode 2014-2019

Penyusun:

Wawan Hafid Syaifudin, M.Si, MAct.Sc

READI

Risk Management, Economic Sustainability and Actuarial Science Development in Indonesia

2019

DAFTAR ISI

BAB 1

PEMBAHASAN A10 NOVEMBER 2014

1. Diketahui pada tanggal 1 November 2010 Didi beinvestasi sebesar Rp 100.000.000 dengan tingkat bunga sederhana tahunan *simple annual interest* sebesar 8%. Pada hari yang sama, Dodo berinvestasi sebesar Rp 105.000.000 pada tingkat bunga tahunan nominal sebesar X% yang dikonversi secara bulanan (*convertible mnthly*). Pada tanggal 1 September 2014, nilai akumulasi dana Didi dan Dodo akan berjumlah sama. Berapakah X?

   a. $5,56\%$

   b. $5,72\%$

   c. $5,89\%$

   d. $7,92\%$

   e. $8,02\%$

   Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
A_{\text{Didi}}\,(\text{September 2014}) &= A_{\text{Dodo}}\,(\text{September 2014}) \\
\Rightarrow 100.000.000 \left(1 + 0,08\left(\frac{46}{12}\right)\right) &= 105.000.000 \left(1 + \frac{4X}{12}\right) \\
\Rightarrow \frac{392}{3} &= 105\left(1 + \frac{X}{12}\right) \\
\Rightarrow 12\left[\left(\frac{56}{45}\right)^{\dfrac{1}{46}} - 1\right] &= x \\
\Rightarrow x &= 0,057185\ldots \\
&\approx 5,72\%.
\end{aligned}
$$

   Jawab: B

2. Sebagai salah seorang pelanggan toko CV Abadi Furniture, Bapak Bambang dapat membeli sebuah *Kitchen Set* di bawah harga retail toko dengan pilihan sebagai berikut:

1) Diskon 25% dari harga toko pada hari ini, atau

2) Diskon $X\%$ dari harga toko 2 tahun sejak hari ini

Jika diasumsikan tingkat bunga nominal per kuartal (*convertible quarterly*) adalah 7%, hitung $X\%$ sehingga baik pilihan diskon pertama maupun pilihan diskon kedua tidak akan berbeda bagi Pak Bambang.

a. $13,83$

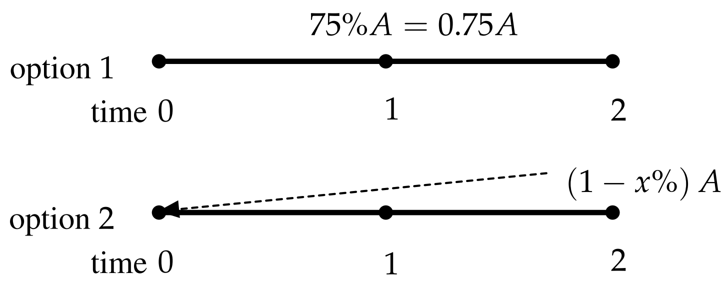
b. $14,13$

c. $25,88$

d. $26,80$

e. $28,62$

Pembahasan: misal A : nilai dari kitchen set.



Tinjau

$$(1+i) = \left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^4$$

$$1+i = \left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^4$$

$$i = 7,186\%$$

sehingga

$$\begin{aligned} 0,75\cancel{A} &= \left(\frac{1}{1+i}\right)^2 (1 - x\%)\,\cancel{A} \\ 0,75\ \ (1+i)^2 &= 1 - x\% \\ 0,75\ \ (1,07186)^2 &= 1 - x\% \\ 0,861663 &= 1 - x\% \\ x\% &= 13,8337\% \\ &\approx 13,83\% \end{aligned}$$

Jawab: A

3. Ibu Indra menginvestasikan dananya sebesar Rp 100.000.000 pada tanggal 1 Januari 2014. Pada tanggal 1 Mei 2014, Ibu Indra menarik dananya sebesar Rp 60.000.000 dari dana yang telah berkembang menjadi sebesar Rp 110.000.000. Pada tanggal 1 September 2014, dana menjadi sebesar Rp 40.000.000 dan Ibu Indra menambahkan dana sebesar Rp 60.000.000. Kemudian pada tanggal 1 Januari 2015, dan menjadi sebesar Rp 120.000.000. Jika tingkat bunga dari investasi Ibu Indra tersebut dihitung dengan metode *"dollar-weighted"*, tingkat bunga adalah sebesar X. Namun jika dihitung dengan metode *"time-weighted"* menjadi sebesar Y. Hitunglah $X - Y$!

   a. $-6,1\%$
   b. 5.0%
   c. 7.0%
   d. 19.4%
   e. 25.0%

Pembahasan:

Diketahui : Rp 120.000.000 merupakan nilai akhir dan

kunci dari	DWYR(dana awal, deposit/ withdrawal, dana akhir)	: cashflow (uang keluar/masuk) tanpa peduli perkembangan uang
	TWYR	: dana awal, dana di masing-masing periode (posisi keuangan), dana akhir

* Jika dollar weighted rate of return adalah x, maka :
  dalam juta :

$$100(1+x) - 60\left(1+\frac{2}{3}x\right) + 60\left(1+\frac{1}{3}\right) = 120$$
$$100 + 80x = 120$$
$$x = \frac{20}{80} = 25\%$$

* time weighted rate of return :

	2014 Jan 1	2014 May 1	2014 Sept 1	2015 Jan 1
dana awal/mula[2]	0	110	40	120
deposit/withdrawal	+100	-60	+60	
dana akhir	100	50	100	

sehingga didapat $1 + Y = \left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{40}{50}\right)\left(\frac{120}{100}\right) = 1,056 \Rightarrow Y = 5,6\%$

Jadi, $X - Y = 25\% - 5,6\% = 19,4\%$

Jawab: D

4. Bapak John meminjam dana kepada Bank sebesar USD 50.000 dengan jangka waktu 10 tahun dengan pembayaran cicilan tahunan pada tingkat bunga efektif 11% per tahun. Setelah melakukan pembayaran sebanyak 3 kali, Bapak Johan harus pergi ke daerah krisis bencana untuk melakukan kegiatan kemanusiaan. Bapak Johan kemudian meminta kepada Bank untuk dapat menangguhkan cicilan selama 2 tahun. Bank setuju atas permintaan pengangguhan cicilan tersebut namun dengan syarat bunga tetap terakumuluasi selama 2 tahun dan pinjaman beserta seluruh bunga dilunasi di akhir tahun ke-10. Dengan demikian, cicilan berubah menjadi sebesar X. Berapakah X (angka yang paling mendekati)?

a. USD 8.500

b. USD 10.500

c. USD 10.800

d. USD 13.300

e. USD 16.700

Pembahasan: Diketahui $B_0 = PV = 50.000$, $i = 11\%$ dan $n = 10$ tahun

Tinjau

$$\begin{aligned} B_0 &= R\, a_{\overline{10}|}\, i = 11\% \\ 50.000 &= R\, a_{\overline{10}|} \\ R &= 8490,071355\ldots \end{aligned}$$

Setelah pembayaran selama 3 kali, maka prospective :

$$\begin{aligned} B_3 = R\, a_{\overline{7}|\, i=11\%} &= 8490,071355\ldots \\ &= 40.006,88252\ldots \end{aligned}$$

2 tahun kemudian, yaitu tahun kelima nilai total hutang (*balance*) adalah:

$$B_5 = B_3\,(1+11\%)^2 = 40.006,88252\,(1,11)^2 = 49.292,47995\ldots$$

$$\begin{aligned} B_5 &= X\, a_{\overline{5}|\, i=11\%} \\ 49.292,46995\ldots &= X\, a_{\overline{5}|\, i=11\%} \\ X &= 13.337,08156\ldots \\ &\approx 13.300 \end{aligned}$$

Jawab: D

5. Misalkan anda menerima pembayaran yang kontinu selama 20 tahun dengan besar pembayaran bervariasi mengikuti $e^{0.5t}$ setiap tahunnya. Jika pada $t = 0$ hingga $t = 20$

tingkat bunga efektif tahunan sebesar 9%, Berapakah bsar Nilai Sekarang pembayaran tersebut?

a. $\int_0^{20} \left(\frac{e^{0,5}}{1,09}\right)^{20-t} dt$

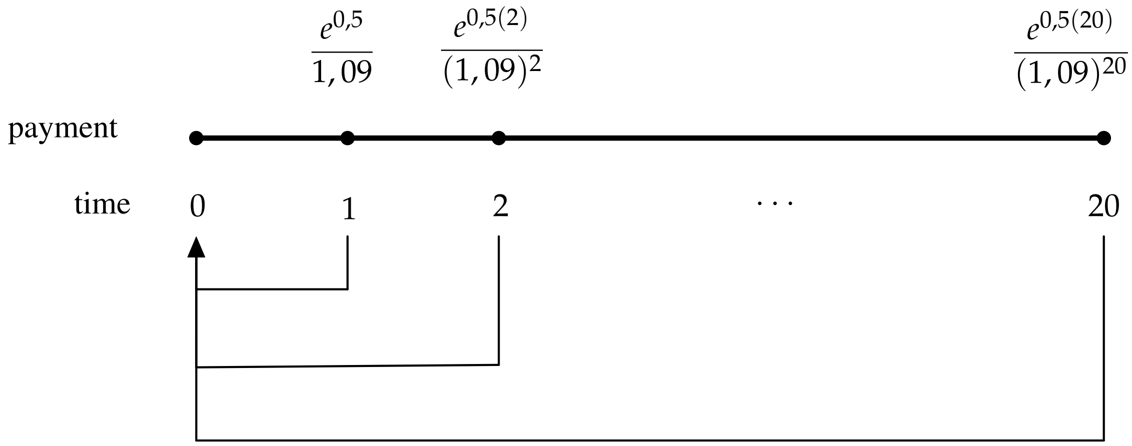
b. $\int_0^{20} \left(\frac{e^{0,5}}{1,09}\right)^{t} dt$

c. $\int_0^{20} \left(\frac{e^{0,9}}{1,05}\right)^{t} dt$

d. $\int_0^{20} e^{0,5t}(1,09)^{20-t}\, dt$

e. $\int_0^{20} e^{0,5t}(1,09)^{t}\, dt$

Pembahasan: Diketahui besar pembayaran adalah $e^{0,5t}$ untuk t tahun dan $e^{0,5t}$ merupakan fungsi kontinu juga $V_t = \left(\frac{1}{1,09}\right)^t$ sehingga



Jadi, $\int_0^{20} \left(\frac{e^{0,5t}}{1,09}\right)^{t} dt$
Jawab: B

6. Misalkan diketahui informasi atas tiga jenis pembayaran seperti pada tabel berikut:

Pembayaran	Pembayaran di akhir tahun ke-			Akumulasi Dana
	6	12	18	pada akhir
A	240	200	300	X
B	0	360	700	$X + 100$
C	Y	600	0	X

Jika i adalah tingkat bunga majemuk tahunan (*compounded annually*), hitunglah Y!

a. 93

b. 99

c. 102

d. 107

e. 111

Pembahasan:

$$\begin{array}{lcrl} A & : & 240(1+i)^{12}+200(1+i)^6+300 & = X \\ B & : & 360(1+i)^6+700 & = X+100 \\ C & : & Y(1+i)^{12}+600(1+i)^6 & = X \end{array}$$

Dari A dan B diperoleh

$$\begin{aligned} 240(1+i)^{12}+200(1+i)^6+300 &= 360(1+i)^6+600 \\ 240(1+i)^{12}-160(1+i)^6-300 &= 0 \\ 12(1+i)^{12}-8(1+i)^6-15 &= 0 \end{aligned}$$

Misalkan $a=(1+i)^6$ diperoleh

$$12a^2-8a-15=0$$

$$(6a+5)(2a-3)=0$$

$$\begin{aligned} 6a+5 &= 0 & 2a-3 &= 0 \\ a &= \frac{-5}{6} \text{ (Tidak memenuhi)} & a &= \frac{3}{2}=1,5 \end{aligned}$$

karena i tingkat bunga

majemuk selalu positif

Sehingga

$$\begin{aligned} a &= (1+i)^6 \\ 1,5 &= (1+i)^6 \\ i &= (1,5)^{1/6}-1=6,99\% \end{aligned}$$

Jadi,

$$\begin{array}{lclcll} \text{dari } A & : & X & = & 240(1,0699)^{12}+200(1,0699)^6+300 & = 1139,897899 \\ \text{dari } C & : & Y & = & \dfrac{1139,897899-600(1,0699)^6}{(1,0699)^{12}} & = 106,6674 \quad \approx 107 \end{array}$$

Jawab: D

7. Misalkan diketahui anuitas awal berjangka waktu 25 tahun membayarkan sebesar Rp 6.000.000 di awal tahun yang menaik sebesar 7% pada tahun-tahun berikutnya. Jika diasumsikan tingkat bunga efektif adalah 9% per tahun, berapakah nilai sekarang dari anuitas tersebut (angka terdekat)?

   a. Rp 93.255.000

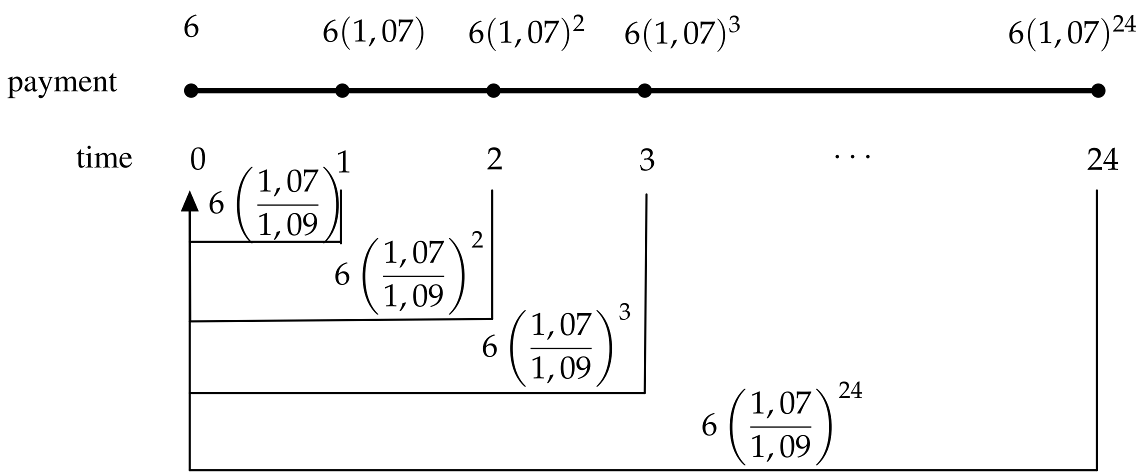
   b. Rp 111.178.000

   c. Rp 121.184.000

   d. Rp 176.639.000

   e. Rp 192.537.000

Pembahasan: Diketahui permasalahan ini adalah anuitas due dengan waktu $n = 25$ dimana



Sehingga didapat

$$\begin{aligned} PV &= 6\left[1 + \frac{1,07}{1,09} + \left(\frac{1,07}{1,09}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1,07}{1,09}\right)^{24}\right] \qquad \text{(deret geometri)} \\ &= 6\left[\frac{1 - \left(\frac{1,07}{1,09}\right)^{25}}{1 - \frac{1,07}{1,09}}\right] \\ &= 121,1837096 \text{ juta} \\ &\approx 121.184.000 \end{aligned}$$

Jawab: C

8. Pada usia 40 tahun Bapak Nurdin menabung untuk masa pensiunnya dengan cara menyetorkan dana sebesar Rp 30.000.000 setiap awal tahun ke Bank selama 15 tahun. Tingkat bunga diasumsikan tetap sebesar 6% selama 15 tahun. Bapak Nurdin berharap di awal usia 55 tahun dia dapat menerima uang pensiunnya setiap awal tahun selama 25 tahun. Berapakan uang pensiun yang akan diterima setiap tahunnya jika tingkat bunga pada 15 tahun yang akan datang diasumsikan tetap sebesar 5% selama 25 tahun? (pilih yang paling mendekati).

   a. Rp 50.000.000

   b. Rp 49.500.000

   c. Rp 47.200.000

   d. Rp 20.900.000

   e. Rp 20.700.000

   Pembahasan: Misalkan X adalah uang pensiun tiap tahun.

   Tinjau

$$
\begin{aligned}
30.000.000\, \ddot{s}_{\overline{15|}\, i=6\%} &= X\, \ddot{a}_{\overline{25|}\, i=5\%} \\
30.000.000\, \frac{(1,06)^{15} - 1}{\frac{0,06}{1,06}} &= X\, \frac{1 - \frac{1}{(1,05)^{25}}}{\frac{0,05}{1,05}} \\
740.175.842,3 &= 14,79864179\, X \\
\Rightarrow X &= \frac{740.175.842,3\ldots}{14,79864179\ldots} \\
&= 50.016.471,3\ldots \\
&\approx 50 \text{ juta}
\end{aligned}
$$

   Jawab: A

9. PT Asuransi ABC membeli sebuah obligasi korporasi dengan nilai par sebesar Rp 100.000.000 dan tingkat kupon 7% yang akan jatuh tempo pada nilai par dalam 5 tahun. Obligasi tersebut dibeli dengan premium, yaitu sebesar Rp 105.000.000. Misalkan

perusahaan mendapatkan imbal hasil efektif sebesar X% dari harga beli atas setiap kupon, yang kemudian diakumulasikan ke dalam Sinking Fund dengan tingkat bunga efektif 5% agar dapat menggantikan premium yang dibayar untuk membeli obligasi tersebut. Berapakah X?

a. $5,8$

b. $5,2$

c. $4,1$

d. $3,9$

e. $1,0$

Pembahasan:

Pada akhir tahun ke-5, PT. Asuransi ABC akan menerima uang sejumlah nilai par ditambah dengan akumulasi kupon yang diinvestasikan ke dalam sinking fund yang memberikan tingkat bunga efektif 5% per tahun, yaitu :

$$K = C + F.rs_{\overline{5|}j} = 100.000.000 + 7.000.000\left(\frac{1,05^5 - 1}{0,05}\right) = 138.679.418,8.$$

Jumlah ini setara dengan harga awal obligasi sebesar $P = 105.000.000$ yang diakumulasikan dengan imbal hasil sebesar X selama 5 tahun. Dengan demikian diperoleh :

$$\begin{aligned} K &= P(1+x)^5 \\ 138.679.418,8 &= 105.000.000(1+x)^5 \\ x &= 0,057218 \approx 5,8\% \end{aligned}$$

Jawab: A

10. Ibu Mey hendak menjual mobilnya kepada Ibu Dini. Harga mobil sebesar Rp 85 juta jika Ibu Dini membeli dengan cara membayar tunai. Namun jika Ibu Dini hendak mencicil selama 1 tahun, dia harus membayar uang muka sebesar Rp 40 juta dan cicilan sebesar Rp 4 juta setiap bulannnya. Berapa tingkat bunga yang dikenakan Ibu Mey kepada Ibu Dini untuk pembelian secara mencicil? (pilih angka yang paling mendekati).

a. 7%

b. 12%

c. 21%

d. 27%

e. 35%

Pembahasan: asumsikan : annuity immediate

Tinjau

$$
\begin{aligned}
85.000.000 &= 40.000.000 + 4.000.000\, a_{\overline{12}|\, i} \\
45.000.000 &= 4.000.000\, a_{\overline{12}|\, i^*} \\
i^* &= 1,00714238\ldots = \frac{i^{(12)}}{12}
\end{aligned}
$$

Sehingga jika diketahui $1 + i = \left(1 + \dfrac{i^{(12)}}{12}\right)^{12}$ maka

$$
\begin{aligned}
i &= (1,0100714238)^{12} - 1 \\
&= 0,127781 \\
&= 12,7781\% \\
&\approx 12\%
\end{aligned}
$$

Jawab: B

11. Seorang ibu hendak membeli sebuah tempat tidur yang rencananya akan digunakan selama 20 tahun. Misalkan diketahui sebuah tempat tidur dengan rangka besi dengan harga Rp 10.000.000 akan bertahan selama 8 tahun. Sementara tempat tidur dengan rangka kayu dengan harga Rp X akan bertahan hingga 15 tahun. Diketahui inflasi akan menyebabkan harga tempat tidur akan naik sebesar 5% per tahun. Pada tingkat bunga 7%, hitung X sehingga sang ibu tidak akan terlalu peduli apakah akan membeli tempat tidur dengan rangka besi atau rangka kayu.

    a. Kurang dari Rp 10.000.000

b. Di antara Rp 10.000.000 dan Rp 11.000.000

c. Di antara Rp 11.000.000 dan Rp 12.000.000

d. Di antara Rp 12.000.000 dan Rp 13.000.000

e. Lebih dari Rp 13.000.000

Pembahasan:

Jika ibu memilih untuk membeli tempat tidur rangka besi, maka dalam 20 tahun ibu akan membeli tempat tidur itu sebanyak tiga kali. Hal ini terjadi saat tahun ke-0, akhir tahun ke-8, dan akhir tahun ke-16. Nilai saat ini dari total uang yang dikeluarkan untuk memli tempat tidur dengan rangka besi adalah :

$$PV_1 = 10.000.000 + 10.000.000 \left(\frac{1,05}{1,07}\right)^8 + 10.000.000 \left(\frac{1,05}{1,07}\right)^{16} = 25.993.076,66.$$

Jika ibu memilih tempat tidur dengan rangka kayu, maka dalam 20 tahun ibu akan membeli tempat tidur itu dua kali. Hal ini terjadi pada saat ke-0 dan pada akhir tahun ke-15. Nilai kini dari pembelian tempat tidur dengan rangka kayu adalah :

$$PV_2 = X + X \left(\frac{1,05}{1,07}\right)^{15} = 1,753499X.$$

Agar ibu tidak peduli mengenai produk ranjang yang dibeli, maka nilai $PV_1 = PV_2$, sehingga didapat $X \approx 14.823.545,97$. Artinya, X lebih dari 13 juta.
Jawab: E

12. Jefry memberikan pinjaman kepada Beni dengan bunga efektif sebesar 8% yang harus dikembalikan dengan cara mencicil sebanyak 10 kali sebesar Rp 10.000.000 setiap tahunnya dan kemudian dilanjutkan dengan mencicil sebanyak 5 kali sebesar Rp 20.000.000 setiap tahunnya. Setelah Beni melakukan pembayaran ke-5, Jefry baru sadar bahwa kelimabelas cicilan seharusnya lebih tinggi 10% dari yang telah disepakati. Setelah bernegosiasi, Beni bersedia untuk membayar cicilan sebesar K tahun ke-6 hingga tahun ke-10, sedangkan cicilan pada tahun ke-11 hingga ke-15 tetap sama sebesar yang telah disepakati sebelumnya. Hitunglah besar K sehingga kesalahan perhitungan cicilan yang dilakukan Jefry dapat ditutupi.

a. $7,63$

b. $11,45$

c. $12,59$

d. $13,83$

e. $15,21$

Pembahasan: Cicilan tahunan seharusnya adalah sebesar Rp 11.000.000 pada 10 tahun pertama an diikuti dengan cicilan sebesar Rp 22.000.000 pada 5 tahun berikutnya (perhitungan ini berdasarkan keterangan bahwa kelima belas cicilan seharusnya lebi tinggi 10% dari yang telah disepakati).
PV dari pembayaran cicilan tersebut dengan $i = 8\%$ adalah

$$22.000.000\, a_{\overline{15|}\, i} - 11.000.000\, a_{\overline{10|}\, i} \tag{1.1}$$

Sedangkan PV dari pembayaran hasil negoisasi adalah

$$20.000.000\left(a_{\overline{15|}\, i} - a_{\overline{10|}\, i}\right) + 10.000.000\, a_{\overline{5|}\, i} + K\left(a_{\overline{10|}\, i} - a_{\overline{5|}\, i}\right) \tag{1.2}$$

Kita tahu bahwa PV pada persamaan (1) dan (2) adalah sama. Dengan demikian kita peroleh :

$$\begin{aligned} K &= \frac{20.000.000\left(a_{\overline{15|}\, 0{,}08}\right) + 9.000.000\left(a_{\overline{10|}\, 0{,}08}\right) - 10.000.000\left(a_{\overline{5|}\, 0{,}08}\right)}{a_{\overline{10|}\, 0{,}08} - a_{\overline{5|}\, 0{,}08}} \\ &= 13.830.494,47 \\ &\approx 13,83 \text{ juta} \end{aligned}$$

Jawab: D

13. Misalkan Bapak Tedy mendepositokan uangnya sebesar Rp 50 juta setiap awal tahun selama 5 tahun dengan tingkat bunga efektif sebesar $i\%$. Setiap akhir tahun, bunga deposito yang dihasilkan di re-investasikan ke sebuah produk investasi yang memberikan tingkat imbal hasil sebesar 70% dari i. Diketahui di akhir tahun ke-5 akumulasi dana dari deposito dan produk investasi itu adalah sebesar Rp 315 juta. Berapakah i?

a. $8,0\%$

b. $8,5\%$

c. $9,0\%$

d. $9,5\%$

e. $10,0\%$

Pembahasan: Jumlah bunga yang didapatkan pada deposito yang pertama pada akhir tahun ke-$1,2,3,4$ dan 5 masing-masing adalah $50.000.000i, 100.000.000i, 150.000.000i, 200.000.000i,$ dan $250.000.000i$.
Pada akhir tahun ke-5, accumulated value dari tabungan deposito tersebut adalah 250.000.000, karena seluruh bunga deposito yang dihasilkan akan di re-investasikan kembali. Accumulated Value dari bunga deosito yang di re-investasikan kembali pada prouk investasi adalah $50.000.000i \ (I_S)_{\overline{5|}}$ dengan tingkat imbal hasil $0,7i$. Karena pada akhir tahun kelima akumulasi total adalah 315.000.000, maka AV dari bunga deposito yang diinvestasikan kembali adalah 65.000.000. Dengan kata lain :

$$50.000.000i \ (I_S)_{\overline{5|}} = 50.000.000i \left(\frac{S_{\overline{6|}} - 6}{0,7i} \right) = 65.000.000$$

Jadi, $S_{\overline{6|}}$ pada tingkat imbal hasil $0,7i$ adalah $6,91$.
Dengan menggunakan alat bantu hitung, dimana $n = 6, PMT = 1$, dan $FV = -6,91$, diperoleh

$$\begin{aligned} 0,7i &= 5,62637\% \\ i &= 8,037\% \\ &\approx 8\% \end{aligned}$$

Jawab: A

14. Ellen membeli perpetuitas akhir (*perpetuity immediate*) dengan pembayaran tahunan pada harga X. Pembayaran pertama adalah sebesar 1,02. Pembayaran kedua 3% lebih tinggi daripada pembayaran pertama. Pembayaran ketiga 2% lebih besar daripada pembayaran kedua. Pembayaran keempat 3% lebih tinggi daripada pembayaran ketiga, dan seterusnya

kenaikan pembayaran berganti-ganti, 2% dan 3%. Jika tingkat pengembalian bunga efektif tahunan Ellen (*annual yield rate*) adalah 3%, berapakah X?

a. 102

b. 103

c. 204

d. 205

e. 206

Pembahasan: PV dari perpetuitas tersebut dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
X &= \frac{1,02}{1,03} + \frac{(1,02)(1,03)}{(1,03)^2} + \frac{(1,02)^2(1,03)}{(1,03)^3} + \frac{(1,02)^3(1,03)^2}{(1,03)^4} + \cdots \\
&= \frac{1,02}{1,03} + \frac{1,02}{1,03} + \frac{(1,02)^2}{(1,03)^2} + \frac{(1,02)^2}{(1,03)^2} + \cdots \\
&= 2\left(\frac{1,02}{1,03} + \left(\frac{1,02}{1,03}\right)^2 + \left(\frac{1,02}{1,03}\right)^3 + \cdots\right) \\
&= 2\left(\frac{\frac{1,02}{1,03}}{1-\frac{1,02}{1,03}}\right) \\
&= 2\left(\frac{1,02}{1,03-1,02}\right) \\
&= 2\left(\frac{1,02}{0,01}\right) \\
&= 204
\end{aligned}$$

Jawab: C

15. Berapakah tingkat bunga efektif pertahun dari suatu deposito bila diketahui tingkat bunga nominal adalah 12% pertahun dibayarkan 3 bulanan (*convertible quartely*)

A. 11,50%

B. 12,00%

C. 12,55%

D. 13,00%

E. 3,00%

Pembahasan:

Diketahui $i^{(4)} = 12\% = 0,12$

$$\begin{aligned}
\left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 &= (1+i) \\
\left(1 + \frac{0,12}{4}\right)^4 &= (1+i) \\
(1,03)^4 &= (1+i) \\
1,1255 &= 1+i \\
0,1255 &= i \\
i &= 12,55\%
\end{aligned}$$

Jawab:C

16. Diketahui arus kas seperti pada tabel berikut ini:

Tahun	0	1	2	3
Arus Kas (dalam jutaan)	-100	150	-50	100

Jika diketahui tingkat bunga riil adalah 6% dan tingkat inflasi tahunan yang diharapkan dua tahun ke depan adalah 7%, Berapakah Nilai tunai neto (*Net Present Value*) dari arus kas berikut ini?

a. $103,32$

b. $96,75$

c. $86,64$

d. $62,89$

e. $61,92$

Pembahasan:

$$\begin{array}{lllllll} \text{Diketahui} & j & = & 6\% & = & 0,06 & \rightarrow \text{ tingkat bunga riil} \\ & r & = & 7\% & = & 0,07 & \rightarrow \text{ tingkat inflasi} \end{array}$$

langkah pertama adalah kita mencari tingkat bunga efektif tahunan i.

$$\begin{aligned} (1+j)(1+r) &= (1+i) \\ i &= (1+j)(1+r) - 1 \\ &= (1,06)(1,07) - 1 \\ &= 0,1342 \\ &= 13,42\% \end{aligned}$$

Sehingga

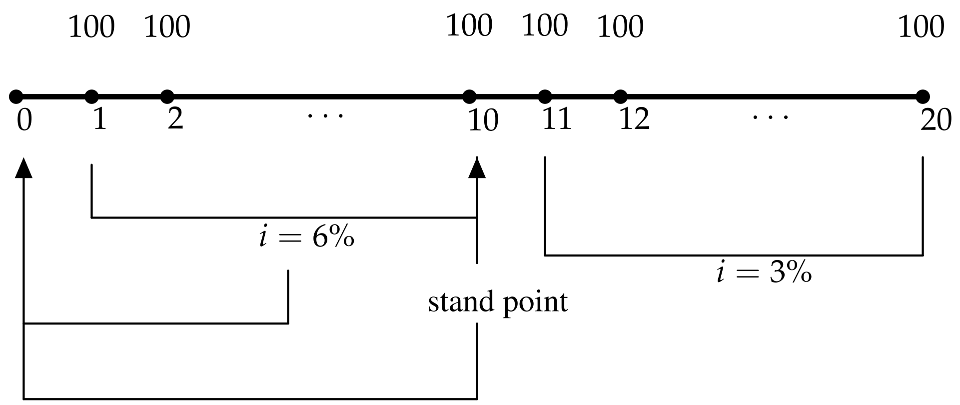
$$-100 + \frac{150}{1,1342} - \frac{50}{(1,1342)^2} + \frac{100}{(1,1342)^3} = 61,92$$

Jawab: E

17. Sebuah anuitas 20 tahun memberikan pembayaran sebesar USD 100 setiap akhir tahun. Tingkat bunga efektif tahunan pada 10 tahun pertama adalah 6% yang kemudian menurun menjadi 3% pada 10 tahun berikutnya. Formula manakah berikut ini yang menyatakan dengan tepat Nilai Sekarang dari anuitas tersebut di atas?

    a. $100 \left(a_{\overline{10}|\,0,06}\, v_{0,06}^{10} + \right) a_{\overline{10}|\,0,03}$
    b. $100 \left(a_{\overline{10}|\,0,06} + a_{\overline{10}|\,0,03}\, v_{0,03}^{10} \right)$
    c. $100 \left(a_{\overline{10}|\,0,06} + a_{\overline{10}|\,0,03} \right) v_{0,06}^{10}$
    d. $100 \left(a_{\overline{10}|\,0,06}\, v_{0,03}^{10} + \right) a_{\overline{10}|\,0,03}$
    e. $100 \left(a_{\overline{10}|\,0,06} + a_{\overline{10}|\,0,03}\, v_{0,06}^{10} \right)$

Pembahasan:



Sehingga jelas didapat $PV = 100\, a_{\overline{10|}\, i=0{,}06} + 100\, a_{\overline{10|}\, i=0{,}03}\; v^{10}_{i=0{,}06}$

Jawab: E

18. Bapak Andy membeli tanah dengan cara memnjam dana sebesar X kepada Bank dengan tenor pinjaman selama 10 tahun dan tingkat bunga efektif tahunan 7%. Jika pinjaman berikut bunga dibayarkan secara sekaligus pada akhir tahun ke-10, dia akan membayar lebih banyak Rp 350 juta dibandingkan jika mebayar cicilan tetap sebanyak 10 kali. Berapakah X? (pilih angka yang paling mendekati).

    a. Rp $399, 8$ juta

    b. Rp $540, 2$ juta

    c. Rp $644, 1$ juta

    d. Rp $677, 1$ juta

    e. Rp $994, 1$ juta

Pembahasan:

dibayar sekaligus	$\Rightarrow$	jumlah dana pada akhir tahun ke-10 menjadi	:	$(1,07)^{10}\, X$
dibayar cicil			:	$R\, a_{\overline{10|}\, i=7\%}$

Diketahui bahwa

$$
\begin{aligned}
X &= R\, a_{\overline{10|}\, i=7\%} \\
R &= \frac{X}{a_{\overline{10|}\, i=7\%}} \\
&= \frac{X}{\dfrac{1-\left(\frac{1}{1{,}07}\right)^{10}}{0,07}} \\
&= \frac{X}{7,023581541}
\end{aligned}
$$

Sehingga

$$
\begin{aligned}
(1,07)^{10}X &= 350.000.000 + 10R \\
&= 350.000.000 + \frac{10X}{7,023581541} \\
0,54337633\, X &= 350.000.000 \\
X &= \frac{350.000.000}{0,54337633} \\
&= 644.120.806,7 \\
&\approx 644,1 \text{ juta}
\end{aligned}
$$

Jawab : C

19. Sebuah perusahaan pembiayaan harus membayar kewajibannya sebesar Rp 500.000.000 yang jatuh tempo 2 tahun dari sekarang. Instrumen investasi yang tersedia adalah obligasi 1 tahun tanpa kupon dan obligasi dua tahun dengan tingkat kupon 10% per tahun dan dibeli "at par". Jika diketahui *spot rate* 1 tahun adalah 6% dan *forward rate* 1 tahun adalah 8%, berapakah total biaya (*costs*) dari obligasi yang diharapkan dapat membiayai kewajiban-kewajiban tersebut?

    a. Rp $1,53$ milyar

    b. Rp $1,49$ milyar

    c. Rp $1,38$ milyar

    d. Rp $1,35$ milyar

e. Rp $1,33$ milyar

Pembahasan:

Pertama, kita akan mencari *spot rate* dua tahun s_2 yang memenuhi

$$1 + i_{1,2} = \frac{(1+s_2)^2}{1+s_1},$$

dengan $i_{1,2} = 8\%$ dan $s_1 = 6\%$, sehingga didapat $s_2 = \sqrt{(1,08)(1,06)} - 1 = 0.069953$. Pada akhir tahun kedua, jika perusahaan membeli obligasi dengan nilai par dan nilai tebus sebesar 1 milyar dan tingkat kupon 10% per tahun, maka perusahaan tersebut akan mendapatkan dana 1,1 Milyar. Akan tetapi, total utang pada saat jatuh tempo pada akhir tahun kedua adalah 1 milyar. Dengan demikian, persentase obligasi yang dibutuhkan oleh perusahaan untuk membayar kewajibannya adalah $\frac{1}{1,1} = \frac{10}{11}$.

Ketika perusahaan membeli $\frac{10}{11}$ bagian dari obligasi selama 2 tahun dan tingkat kupon tahunan sebesar 10%, maka total kupon yang diperoleh adalah

$$\frac{10}{11}(10\%)(1\,\text{milyar}) = 90.909.090.$$

Akan tetapi, jumlah utang yang harus dibayar adalah sebesar 500 juta. Dengan demikian, total dana yang dibutuhkan pada akhir tahun pertama adalah 409.090.909. Kekurangan dana ini dapat ditutupi dengan membeli obligasi satu tahun tanpa kupon dimana nilai par dari obligasi adalah 409.090.909. Jadi, strategi yang digunakan oleh perusahaan untuk membayar kewajiban tersebut adalah :

- Membeli obligasi 1 tahun tanpa kupon dengan nilai par sebesar 409.090.909.
- Membeli $\frac{10}{11}$ bagian obligasi dua tahun dengan nilai par sebesar 1 milyar dengan tingkat kupon 10% per tahun.

Ingat bahwa, *spot rate* satu tahun adalah 6% dan *spot rate* dua tahun adalah 6,995%. Dengan demikian, total biaya dari obligasi yang harus dibayar perusahaan adalah

$$\begin{aligned} P &= \frac{409.090.909}{1,06} + \frac{10}{11}\left(\frac{100.000.000}{1,06} + \frac{1.100.000.000}{1,069953^2}\right) \\ &\approx 1.345.213.317 \end{aligned}$$

Jawab: D

20. Anuitas akhir 10 tahun dengan pembayaran tetap tahunan memiliki tingkat bunga efektif 8%. Durasi atau rata-rata waktu dari pembayaran anuitas dihitung dengan dua metode yang berbeda, yaitu sebagai berikut:

    (A) *Method of Equated time,* dan

    (B) Macaulay Duration

    Hitung selisih dari hasil kedua metode tersebut $(A - B)$

    a. $0,13$

    b. $0,63$

    c. $1,63$

    d. $2,28$

    e. $3,05$

Pembahasan: Misal pembayaran tetap tahunan adalah c

(1) Metode A :

$$\text{durasi} = \frac{\sum_{j=1}^{10} jC}{\sum_{j=1}^{10} C} = \frac{(1+2+3+\cdots+10)C}{10C} = \frac{55C}{10C} = 5,5 \text{ tahun}$$

(2)

Metode B :

$$\text{durasi} = \frac{\sum_{j=1}^{10} j\,v^j\,C}{\sum_{j=1}^{10} v^j\,C} = \frac{v+2v^2+3v^3+\cdots+10v^{10}}{v+v^2+v^3+\cdots+v^{10}}$$

Gunakan formula $\sum_{j=1}^{n} v^j = \frac{v-v^{n+1}}{1-v}$ dan $\sum_{j=1}^{n} j\,v^j = \frac{v^{n+1}-v+n\left(v^n-v^{n+1}\right)}{(1-v)^2}$

untuk $n = 10$ dan $v = (1,08)^{-1}$ diperoleh

$$\begin{aligned}
&= \frac{\left(\frac{v^{n+1}-v+n\left(v^n-v^{n+1}\right)}{(1-v)^2}\right)}{\left(\frac{v-v^{n+1}}{1-v}\right)} \\
&= \frac{\left(\frac{(1,08^{-1})^{11}-(1,08^{-1})+10\left((1,08^{-1})^{10}-(1,08^{-1})^{11}\right)}{(1-(1,08^{-1}))^2}\right)}{\left(\frac{(1,08^{-1})-(1,08^{-1})^{11}}{1-(1,08^{-1})}\right)} \\
&= \frac{32,68691288}{6,710081399} \\
&= 4,871313914
\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}
\text{durasi } A - \text{durasi } B &= 5,5-4,871313914 \\
&= 0,628686 \\
&\approx 0,63 \text{ tahun}
\end{aligned}$$

Jawab: B

21. Misalkan Pak Herman mengambil Kredit Kepemilikan Rumah (KPR) sebesar Rp 300 juta dengan tenor 15 tahun dan tingkat bunga nominal bulanan 6% (*convertibe monthly*). Pak Herman mencicil selama 5 tahun dan kemudian mengambil KPR yang baru (*refinancing*) selama 30 tahun dengan bunga lebih rendah, yaitu tingkat bunga nominal bulanan 6% (*convertible monthly*). Kedua KPR mengharuskan Pak Herman untuk melakukan cicilan yang tetap di setiap akhir tahun. Jika R adalah besar cicilan KPR 30 tahun, formula manakah berikut ini yang paling tepat menyatakan besar R?

a. $\left(\frac{300 \text{ juta}}{a_{\overline{180}|\,0,01}}\right)\left(\frac{a_{\overline{120}|\,0,01}}{a_{\overline{360}|\,0,005}}\right)$

b. $\left(\frac{300 \text{ juta}}{a_{\overline{180}|\,0,01}}\right)\left(\frac{a_{\overline{120}|\,0,01}}{a_{\overline{360}|\,0,005}}\right)$

c. $\left(\dfrac{300 \text{ juta}}{a_{\overline{120|}\,0{,}01}}\right)\left(\dfrac{a_{\overline{180|}\,0{,}01}}{a_{\overline{360|}\,0{,}005}}\right)$

d. $\left(\dfrac{300 \text{ juta}}{a_{\overline{180|}\,0{,}005}}\right)\left(\dfrac{a_{\overline{120|}\,0{,}01}}{a_{\overline{360|}\,0{,}01}}\right)$

e. $\left(\dfrac{300 \text{ juta}}{a_{\overline{180|}\,0{,}005}}\right)\left(\dfrac{a_{\overline{120|}\,0{,}01}}{a_{\overline{360|}\,0{,}005}}\right)$

Pembahasan: Misalkan R' adalah cicilan bulanan mula-mula, maka kita peroleh :

$$R' = \frac{300.000.000}{a_{\overline{180|}\,0{,}01}}$$

Kemudian, pada waktu refinancing, balance pada pinjaman asli adalah :

$$B_{60} = R'\, a_{\overline{120|}\,0{,}01}$$

Dengan demikian besar cicilan bulanan KPR 30 tahun (R) adalah

$$R = \frac{B_{60}}{a_{\overline{360|}\,0{,}005}} = \frac{\left(\dfrac{300.000.000}{a_{\overline{180|}\,0{,}01}}\right) a_{\overline{120|}\,0{,}01}}{a_{\overline{360|}\,0{,}005}} = \left(\frac{300.000.000}{a_{\overline{180|}\,0{,}01}}\right)\left(\frac{a_{\overline{120|}\,0{,}01}}{a_{\overline{360|}\,0{,}005}}\right)$$

Jawab: A

22. Jika diketahui nilai sekarang dari pembayaran sebesar Rp 400.000.000 pada akhir tahun ke-n ditambah dengan pembayaran sebesar Rp 200.000.000 pada akhir tahun ke-$2n$ adalah Rp 400.000.000, berapakah tingkat bunga efektif tahunan?

a. $\left(\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^{\frac{1}{n}} + 1$

b. $1 - \left(\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^{\frac{1}{n}}$

c. $\left(\dfrac{\sqrt{3}+1}{1}\right)^{\frac{1}{n}} + 1$

d. $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$

e. $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$

Pembahasan: Diperoleh persamaan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\cancel{400.000.000} &= \cancel{400.000.000}\left(\frac{1}{1+i}\right)^n + \cancel{200.000.000}\left(\frac{1}{1+i}\right)^{2n} \\
2 &= \frac{2}{(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^{2n}} \\
2(1+i)^{2n} &= 2(1+i)^n + 1
\end{aligned}$$

Misalkan $(1+i)^n = x$ persamaan menjadi

$$\begin{aligned}
2x^2 &= 2x+1 \\
2x^2 - 2x - 1 &= 0 \\
x &= \frac{2 \pm \sqrt{4+4(2)}}{2(2)} \\
&= \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}
\end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned}
(1+i)^n &= \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\
i &= \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \\
&= \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \\
&= \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1
\end{aligned}$$

Jawab : E

23. Misalkan diketahui dua buah perpetuitas dengan besar *yield* yang sama. Perpetuitas pertama adalah perpetuitas akhir (*perpetuity immediate*) dengan pembayaran awal sebesar USD 500 satu tahun dari sekarang, dengan pembayaran meningkat sebesar USD 4 setiap tahunnya. Nilai Sekarang dari perpetuitas ini adalah USD 9.500. Perpetuitas kedua juga merupakan *perpeuity immediate*, memiliki pembayaran pertama sebesar USD 400 satu tahun dari sekarang, dengn pembayaran meningkat sebesar 20 tahun setiap tahunnya. ika ilai tunai (*"net present value"*) dari perpetuitas kedua adalah P, berapakah P?

    a. $P \leq$ USD 6.500

    b. USD 6.500 $< P \leq$ USD 6.600

    c. USD 6.600 $< P \leq$ USD 6.700

    d. USD 6.700 $< P \leq$ USD 6.800

e. USD 6.800 $< P$

Pembahasan: Gunakan informasi pada perpetuitas pertama untuk mendapatkan interest rate (i). Selanjutnya gunakan nilai i terebut untuk mendapatkan NPV dari perpetuitas kedua yaitu

$$\begin{aligned} 9500 &= \frac{500}{i-0,04} \\ i &= 0,092632 \end{aligned}$$

maka

$$\begin{aligned} P &= \frac{400}{i}+\frac{20}{i^2} \\ &= \frac{400}{0,092632}+\frac{20}{(0,092632)^2} \\ &= 6.649,02 \end{aligned}$$

Jadi, $6.600 < P \leq 6.700$

Jawab: C

24. Sebuah obligasi 10 tahun dengan kupon semiannual 5% memiliki tingkat imbal hasil majemuk per setengah-tahunan 6% (*compouded semiannually*). *Par Value* dan *Redemption Value* obligasi tersebut adalah sama, yaitu USD 1.000. Berapakah nilai jatuh tempo dari obligasi tersebut 6 tahun setelah obligasi diterbitkan?

    a. Kurang dari USD 960.

    b. Lebih dari USD 960, tetapi kurang dari USD 965.

    c. Lebih dari USD 965, tetapi kurang dari USD 970.

    d. Lebih dari USD 970, tetapi kurang dari USD 975.

    e. Lebih dari USD 975.

Pembahasan: Diketahui : $F \times r = 1000(0,025) = 25$, $i = 3\% = 0,03$ dan $C = F = 1000$

6 tahun setelah obligasi diterbitkan, terdapat 8 kupon (tiap semester) yang masih tersisa.

Dengan demikian kita peroleh :

$$\begin{aligned} B_8 &= F \times r\, a_{\overline{8|}\,i} + C\, v^8 \\ &= 25\left(\frac{1-(1,03)^{-8}}{0,03}\right) + 1000(1,03)^{-8} \\ &= 964,9015391 \end{aligned}$$

Jawab :B

25. Misalkan diketahui durasi Macaulay dari perpetuitas awal dengan pembayaran tetap adalah 25. Berapakah tingkat bunga efektif dari perpetuitas tersebut?

    a. $4,00\%$

    b. $4,25\%$

    c. $4,67\%$

    d. $5,00\%$

    e. $5,35\%$

    Pembahasan: Diketahui perpetuitas due dengan durasi pembayaran tetap adalah 25. sehingga numerator/pembilang dari durasi $= 0 + v + 2v^2 + 3v3 + \cdots$ (weighted time dari pembayaran pertama adalah 0).
    Nilai ini sama dengan $(I_a)_{\overline{\infty|}} = \dfrac{1}{i} + \dfrac{1}{i^2} = \dfrac{1+i}{i^2}$ dan
    denominator/penyebut dari durasi $= PV$ of perpetuity due $= \dfrac{1}{d} = \dfrac{1+i}{i}$
    Jadi, Durasi Macaulay $= \dfrac{\frac{1+i}{i^2}}{\frac{1+i}{i}} = \dfrac{1}{i} = 25 \Rightarrow i = \dfrac{1}{25} = 0,04 = 4\%$
    Jawab : A

26. Diketahui jadwal pembayaran selama 10 tahun ke depan adalah seperti pada tabel berikut:

t	P (dalam jutaan)
2	150
4	200
5	425
10	115

Jika diketahui $i = 5\%$, hitunglah (*modified duration*) dari pembayaran-pembayaran skema obligasi diatas!

a. $4,46$

b. $4,69$

c. $4,92$

d. $5,16$

e. $5,42$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
\text{numerator GF duration} &= 2(150)v^2 + 4(200)v^4 + 5(425)v^5 + 10(115)v^{10} \\
&= \frac{2(150)}{(1,05)^2} + \frac{4(200)}{(1,05)^4} + \frac{5(425)}{(1,05)^5} + \frac{5(115)}{(1,05)^{10}} \\
&= 3301,264169 \\
\text{denumerator GF duration} &= PV \text{ of all cash flows} \\
&= \frac{150}{(1,05)^2} + \frac{200}{(1,05)^4} + \frac{425}{(1,05)^5} + \frac{115}{(1,05)^{10}} \\
&= 704,1935616 \\
\text{Duration} &= \frac{3301,264169}{704,1935616} \\
&= 4,688006748 \\
\text{modified duration} &= \frac{\text{duration}}{1,05} \\
&= \frac{4,688006748}{1,05} \\
&= 4,46477 \\
&\approx 4,46
\end{aligned}$$

Jawab: A

27. Misalkan obligasi 1 tahun dengan kupon nol dijual pada diskon sebesar 5% dari nilai Par. Sementara obligasi dengan jangka waktu 2 tahun memiliki kupon 3% per tahun dan tingkat imbal hasil hingga jatuh tempo (YTM) sebesar 6%. Jika nilai Par kedua obligasi adalah Rp 100.000.000, berapakah (*forward rate*) 1 tahun yang ditunda 1 tahun?

    a. $3,8\%$

    b. $6,0\%$

    c. $6,8\%$

    d. $12,6\%$

    e. $18,4\%$

    Pembahasan:

    Untuk obligasi tanpa kupon dengan waktu jatuh tempo 1 tahun diperoleh:

$$P1 = 0,95(100.000.000) = \frac{100.000.000}{1+s_1}$$

atau bisa diperoleh:

$$s_1 = \frac{100.000.000}{95.000.000} - 1 = 0,05263158.$$

Untuk obligasi kedua dengan kupon tahunan 3% yang jatuh tempo dalam 2 tahun diperoleh harga obligasi adalah:

$$P_2 = \frac{3.000.000}{1,06} + \frac{103.000.000}{(1+s_2)^2} = 94.499.822.$$

Selanjutnya, akan dicari *spot rate* selama 2 tahun, yaitu s_2, dengan menggunakan harga obligasi kedua.

$$94.499.822 = \frac{3.000.000}{1+s_1} + \frac{103.000.000}{(1+s_2)^2}$$
$$94.499.822 = \frac{3.000.000}{1,05263158} + \frac{103.000.000}{(1+s_2)^2}$$

Dengan menyelesaikan persamaan ini, didapat:

$$s_2 = \sqrt{\frac{103.000.000}{94.499.822 - \frac{3.000.000}{1,05263158}}} - 1 = 0,0601145603$$

Forward rate 1 tahun yang tertunda satu tahun disimbolkan dengan $f_{[1,2]}$ dimana:

$$f_{[1,2]} = \frac{(1+s_2)^2}{1+s_1} - 1 = \frac{1,0601145603^2}{1,05263158} - 1 = 0,06765 \approx 6,8\%.$$

Jawab: C

28. Misalkan diketahui informasi sebagai berikut:

Tahun	*Spot interest rate*
1	$3,00\%$
2	$3,75\%$
3	$4,15\%$
4	$5,20\%$
5	X

Dengan menggunakan (*forward rates*), hitunglah X jika diketahui nilai yang akan datang (*"future value"*) di tahun ke-5 dari anuitas awal 4 tahun yang dijual hari ini dengan 4 kali pembayaran sebesar Rp 500.000.000 adalah sebesar Rp 2.315.000.000.

a. $6,15\%$

b. $5,90\%$

c. $5,75\%$

d. $5,25\%$

e. $4,11\%$

Pembahasan:

Diberikan data *spot rate* $s_1 = 0,03$, $s_2 = 0,0375$, $s_3 = 0,0415$, $s_4 = 0,0520$ dan $s_5 = X$.

Pertama, perlu dicari *forward rate* $f_{[0,1]}, f_{[1,2]}, f_{[2,3]}, f_{[3,4]}$, dan $f_{[4,5]}$ terlebih dahulu.

$$\begin{aligned}
f_{[0,1]} &= s_1 = 0,03 \\
f_{[1,2]} &= \frac{(1+s_2)^2}{(1+s_1)} - 1 = \frac{1,0375^2}{1,03} - 1 = 0,0450546 \\
f_{[2,3]} &= \frac{(1+s_3)^3}{(1+s_2)^2} - 1 = \frac{1,0415^2}{1,0375^2} - 1 = 0,0495463 \\
f_{[3,4]} &= \frac{(1+s_4)^4}{(1+s_3)^3} - 1 = \frac{1,052^4}{1,0415^3} - 1 = 0,0841394 \\
f_{[4,5]} &= \frac{(1+X)^5}{(1+s_4)^4} - 1 \Rightarrow 1 + f_{[4,5]} = \frac{(1+X)^5}{(1+s_4)^4} = K
\end{aligned}$$

Diberikan *future value* dari anuitas empat tahun adalah 2.315.000.000. Dengan demikian diperoleh:

$$2.315.000.000 = 500.000.000Y.$$

Dimana nilai Y diberikan oleh

$$\begin{aligned}
\Big[(1+f_{[0,1]})(1+f_{[1,2]})(1+f_{[2,3]})(1+f_{[3,4]})(1+f_{[4,5]}) \\
+(1+f_{[1,2]})(1+f_{[2,3]})(1+f_{[3,4]})(1+f_{[4,5]}) \\
+(1+f_{[2,3]})(1+f_{[3,4]})(1+f_{[4,5]}) \\
+(1+f_{[3,4]})(1+f_{[4,5]}) \Big]
\end{aligned}$$

Dari persamaan diatas, didapat:

$$4,63 = 4,635967648K$$

Dengan demikian, nilai dari $1 + f_{[4,5]} = 0,9987127$. Lalu, dicari nilai X dengan menggunakan persamaan:

$$1 + f_{[4,5]} = \frac{(1+X)^5}{(1+s_4)^4} = 0,9987127$$

Didapat $X = 0,04111981 \approx 4,11\%$.

Jawab: E

29. Seorang investor membeli obligas jangka waktu 5 tahun pada harga premium (*"at premium"*) dengan tingkat kupon 5% per tahun. Diketahui tingkat imbal hasil 4% per tahun dan "redemption" sama dengan "par value" atau nilai jatuh tempo obligasi sama dengan harga obligasi, yaitu UD 1.000. Jika setahun kemudian, tepat setelah kupon dibayarkan obligasi ditarik kembali (*called*) pada harga 105% *Par Value*, berapakah tingkat pengembalian dari inverstor tersebut?

   a. $2,8\%$

   b. $3,9\%$

   c. $4,2\%$

   d. $4,9\%$

   e. $5,3\%$

   Pembahasan: Diketahui : $C = F = 1000$, $F \times r = 1000(0,05) = 50$ dan $i = 0,04$
   Sehingga

$$\begin{aligned} P &= 50\, a_{\overline{5|}\,0,04} + 1000v^5 \\ &= 50\left(\frac{1-(1,04)^{-5}}{0,04}\right) + 1000(1,04)^{-5} \\ &= 1044,518223 \end{aligned}$$

   Setahun kemudian, investor menerima kupon sebesar USD 50 ditambah dengan redemption value $105\% \times 1000 = 1050$, dengan total nilai adalah $50 + 1050 = 1100$. Dengan demikian
   $1044,518223(1+i) = 1100$
   $\Rightarrow \dfrac{1100}{1044,518223} - 1 = 0,053117 \approx 0,053 = 5,3\%$
   Jawab : E

30. Sebuah saham diketahui baru saja memberikan dividen sebesar Rp X. Dividen akan mengalami pertumbuhan sebesar 7% setiap tahunnya. Jika harga wajar saham diketahui sebesar Rp 5.000 dan tingkat bunga efektif tahunan adalah 10%, berapa harga dividen yang paling mendekati?

   a. Rp 500

b. Rp 467

c. Rp 150

d. Rp 140

e. Rp 136

Pembahasan:

Diketahui $P = 5000$, $k = 7\%$, $i = 10\%$, dan X adalah besar dividen. Dari informasi ini, didapat persamaan untuk mencari besar dividen sebagai berikut.

$$\frac{X(1+k)}{i-k} = P$$
$$X = \frac{5000(0,03)}{1,07} \approx 140$$

Jawab: D

BAB 2

PEMBAHASAN A10 MARET 2015

1. Viata mendepositokan uangnya di suatu bank dengan tingkat bunga tahunan efektif sebesar i selama 5 tahun pertama dan tingkat bunga tahunan sebesar $2i$ untuk tahun-tahun selanjutnya. Uang yang didepositokan adalah sebesar Rp 1.000.000 dan dimulai saat ini. Nilai deposito Viata adalah sebesar Rp 3.090.000 di akhir tahun ke-10 dan Rp 13.620.000 di akhir tahun ke-20. Nilai deposito Viata di akhir tahun ke-7 mendekati angka . . .

   a. Rp 1.900.000

   b. Rp 1.980.000

   c. Rp 2.060.000

   d. Rp 2.140.000

   e. Rp 2.230.000

   Pembahasan:

$$\begin{array}{rcrcl} \mathrm{FV}(20) & = & 13.620.000 & = & 1.000.000(1+i)^5(1+2i)^{15} \\ \mathrm{FV}(20) & = & 3.090.000 & = & 1.000.000(1+i)^5(1+2i)5 \quad \div \\ \hline & \Rightarrow & 13.620.000 & = & 3.090.000(1+2i)^{10} \\ & \Rightarrow & (1+2i)^{10} & = & 4,40776699 \\ & \Rightarrow & i & = & 0,07995 \end{array}$$

   Maka

$$\begin{aligned} \mathrm{FV}(7) &= 1.000.000(1+i)^5(1+2i)^2 \\ &= 1.000.000(1,07995)^5(1,1599)^2 \\ &= 1.976.329,44 \\ &\approx 1.980.000 \end{aligned}$$

   Jawab: B

2. Pada tingkat bunga efektif tahunan i, dimana $i > 0$, pertanyaan-pertanyaan di bawah ini memberikan hasil yang sama:

(i) Nilai sekarang dari pembayaran sebesar 10.000 di akhir tahun ke-6,

(ii) Jumlah dari nilai sekarang dari pembayaran sebesar 6.000 di akhir tahun ke-t dan 56.000 di akhir tahun ke-$2t$,

(iii) Nilai saat ini adaah 5.000.

Hitunglah nilai sekarang dari pembayaran sebesar 8.000 di akhir tahun $t+3$ dengan menggunakan tingkat bunga efektif tahunan yang sama (dengan pembulatan yang paling dekat).

a. 1.330

b. 1.415

c. 1.600

d. 1.775

e. 2.000

Pembahasan: Dari perhitungan diperoleh

(i) $10.000(1+i)^{-6}$

(ii) $6000(1+i)^{-t} + 56.000(1+i)^{-2t}$

(iii) 5000

dari (i) dan (ii) kita peroleh :

$$\begin{aligned} 5000 &= 10.000(1+i)^{-6} \\ \Rightarrow (1+i)^6 &= 2 \\ \Rightarrow i &= 2^{\frac{1}{6}} - 1 \\ &= 0,122462 \end{aligned}$$

dari (ii) dan (iii) kita peroleh :

$$\begin{aligned} 5000 &= \frac{6000}{(1,122462)^t} + \frac{56.000}{(1,122462)^{2t}} \\ &\Rightarrow 5(1,122462)^{2t} - 6(1,122462)^t - 56 = 0 \end{aligned}$$

misal $x = (1,122462)^t$, maka kita dapatkan $5x^2 - 6x - 56 = 0$.

Solusi positif dari persamaan kuadrat tersebut adalah $x = 4$, dengan demikian kita peroleh $t = \dfrac{\ln 4}{\ln 1,122462} = 12$ tahun.
Jadi,

$$\text{PV} = 8.000v^{15} = \frac{8000}{(1,122462)^{15}} = 1414,214475 \approx 1415$$

Jawab: B

3. Jumlah nilai sekarang dari pembayaran berikut:

   (i) USD 1.800 di akhir tahun ke-4,

   (ii) USD 400 di akhir tahun ke-5,

   (iii) USD 1.500 di akhir tahun ke-7.

   pada tingkat bunga majemuk mingguan (*weekly compounded*) sebesar 7% per tahun adalah :

   a. USD $2.365,51$

   b. USD $2.561,95$

   c. USD $2.592,53$

   d. USD $3.700,00$

   e. USD $5.396,35$

   Pembahasan: Diketahui

   (i) akhir tahun ke-4 = minggu ke-208,

   (ii) akhir tahun ke-5 = minggu ke-260,

   (iii) akhir tahun ke-7 = minggu ke-364.

   dan $\dfrac{i^{(52)}}{52} = \dfrac{0,07}{52} = 0,001346154$ Sehingga didapat

$$\begin{aligned} PV &= 1.800(1,001346154)^{-208} + 400(1,001346154)^{-260} + 1500(1,001346154)^{-364} \\ &= 2.561,95 \end{aligned}$$

Jawab: B

4. Joe memiliki uang yang ingin diinvestasikan dalam bebeapa cara. Dia memiliki dua pilihan sebagai berikut:

   (i) Dia menginvestasikan uangnya pada suatu bank selama 15 tahun yang membayar tingkat bunga efektif 9% per tahun, dimana bunga yang diperoleh diinvestasikan kembali pada investasi lain yang memberikan tingkat bunga efektif 6% per tahun selama 15 tahun, atau

   (ii) Dia memberikan uangnya kepada temannya, Ted, dimana Ted akan mengembalikan uangnya dengan mencicil setiap tahun selama 15 tahun dengan besar cicilan USD 100, yang dimulai di akhir tahun pertama dan diinvestasikan dengan tingkat bunga efektif 6% per tahun selama 15 tahun.

   Joe menyadari bahwa uang yang akan diperolehnya akan sama pada akhirnya, apapun pilihan investasi yang dipilihnya. Berapakah uang yang di investasikan oleh Joe? (dengan pembulatan yang paling dekat).

   a. USD 406
   b. USD 417
   c. USD 752
   d. USD 1.063
   e. USD 1.111

   Pembahasan:

   Opsi kedua, yaitu jika Joe memberikan uangnya kepada Ted, maka pada akhir tahun ke-15, accumulated value dari seluruh cicilan yang dibayarkan Ted adalah :

$$\begin{aligned} AV &= 100\, s_{\overline{15|}\,0{,}06} \\ &= 100 \times \frac{(1,06)^{15} - 1}{0,06} \\ &= 2327,596988 \end{aligned}$$

Nilai tersebut adalah jumlah seluruh uang yang akan dimiliki Joe pada akhir tahun ke-15, dimana jumlah tersebut sama persis dengan jumlah uang yang akan dimiliki Joe jika ia memilih invertasi jenis pertama.

Misalkan jumlah uang yang di investasi jenis pertama adalah X, maka kita peroleh :

$$\begin{aligned}
2327,596988 &= X + 0,09\, X\, S_{\overline{15|}\,0,06} \\
&= X + 0,09\, X(23,27596988) \\
&= X + 2,09483729\, X \\
&= 3,09483729\, X \\
\Rightarrow X &= \frac{2327,596988}{3,09483729} \\
&= 752,090 \cdots \\
&\approx 752
\end{aligned}$$

Jawab: C

5. Diketahui *force of interest* di waktu t adalah kt^3. Jika R adalah nilai sekarang dari annuitas kontinyu yang meningkat selama 4 tahun yang mempunyai laju pembayaran di waktu t dari mt^3. Berapakah nilai dari R?

   a. $\dfrac{k - me^{-4k}}{k}$

   b. $\dfrac{k - me^{-64k}}{k}$

   c. $\dfrac{1 - me^{-4k}}{k}$

   d. $\dfrac{1 - me^{-64k}}{k}$

   e. $\dfrac{m(1 - e^{-64k})}{k}$

Pembahasan:

Diketahui $R = (\bar{I}_{\bar{a}})_{\overline{4|}} = \displaystyle\int_0^4 P_t v^t\, dt$ dimana $P_t = mt^3$ dan $v^t = e^{-\int_0^t \delta_r\, dr}$

Jadi, $v^t = e^{-\int_0^t kr^3\,dr} = e^{-\frac{k}{4}t^4}$ dengan demikian diperoleh :

$$(\bar{I}\bar{a})_{\overline{4}|} = \int_0^4 mt^3\, e^{-\frac{k}{4}t^4}\,dt$$

$$\begin{array}{lcrcl}
\text{misal} & : & u = -\frac{k}{4}t^4 & \Rightarrow & du = -kt^3\,dt \\
\text{batas integrasi} & : & t = 0 & \Rightarrow & u = 0 \\
 & & t = 4 & \Rightarrow & u = -64k
\end{array}$$

Jadi integral tersebut bisa kita tuliskan kembali menjadi :

$$\begin{aligned}
(\bar{I}\bar{a})_{\overline{4}|} &= \int_0^{-64k} -\frac{m}{k}e^u\,du \\
&= -\frac{m}{k}\left[e^u\Big|_0^{-64k}\right] \\
&= -\frac{m}{k}\left[e^{-64k} - 1\right] \\
&= \frac{m\left(1 - e^{-64k}\right)}{k}
\end{aligned}$$

Jawab: E

6. Jika diketahui data sebagai berikut:

   (i) Tanggal pinjaman : $1/1/2015$

   (ii) Model pengembalian dari pinjaman : 20 kali cicilan yang dibayarkan secara tahunan yang dimulai pada tanggal 31 Des 2015. Besar cicilan adalah X selama sepuluh tahun pertama, dan 50% dari X selama sepuluh tahun terakhir.

   (iii) Tingkat bunga majemuk tahunan (*annual compouded*): 5%

   Jika Y adalah *ratio* dari *principal* pinjaman yang dibayarkan cicilan yang ke-10 terhadap *principal* (modal) pinjaman yang dibayarkan di pembayaran cicilan yang ke-11, maka Y akan berada dalam interval?

   a. Kurang dari $2,40$

   b. $2,40 \leq Y < 2,46$

   c. $2,46 \leq Y < 2,52$

d. $2,52 \leq Y < 2,58$

e. Lebih besar sama dengan $2,58$

Pembahasan: Diketahui

- $P_{10} = R_{10} - I_{10}$
  $P_{11} = R_{11} - I_{11}$
- $i = 5\%$
- $R_{10} = x$ dan $R_{11} = \frac{x}{2}$
  $I_{10} = i \times B_9$ dan $I_{11} = i \times B_{10}$

Sehingga didapat

- $$\begin{aligned} B_9 &= \frac{x}{2} a_{\overline{11}|\,i} + \frac{x}{2}(1,05)^{-1} \\ &= \frac{x}{2}(8,306414218) + \frac{x}{2}(1,05)^{-1} \\ &= \frac{x}{2}(9,25879517) \\ B_{10} &= \frac{x}{2} a_{\overline{10}|\,i} \\ &= \frac{x}{2}(7,721734929) \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} I_{10} = i \times B_9 &= 0,05\left(\frac{x}{2}(9,25879517)\right) \\ &= 0,4629397585\left(\frac{x}{2}\right) \\ I_{11} = i \times B_{10} &= 0,05\left(\frac{x}{2}(7,721734929)\right) \\ &= 0,3860867465\left(\frac{x}{2}\right) \end{aligned}$$

•

$$\begin{aligned} P_{10} = R_{10} - I_{10} &= 2\left(\frac{x}{2}\right) - 0,4629397585\left(\frac{x}{2}\right) \\ &= 1,537060242\left(\frac{x}{2}\right) \\ P_{11} = R_{11} - I_{11} &= \frac{x}{2} - 0,3860867465\left(\frac{x}{2}\right) \\ &= 0,6139132535\left(\frac{x}{2}\right) \end{aligned}$$

Jadi, $Y = \frac{P_{10}}{P_{11}} = \frac{1,537060242}{0,6139132535} = 2,50371$

Jawab: C

7. Suatu annuitas membayar sebesar 2 di akhir tahun selama 18 tahun. Annuitas lainnya membayar sebesar $2,5$ di akhir tiap tahun selama 9 taun. Diketahui pada tingkat bunga efektif tahunan i, $0 < i < 1$, nilai sekarang dari kedua annuitas tersebut adalah sama. Nilai ari i mendekati?

   a. 14%

   b. 17%

   c. 20%

   d. 23%

   e. 26%

   Pembahasan: Tinjau

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{18}}{\cancel{i}} &= 2,5 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{9}}{\cancel{i}} \\ 2 - \frac{2}{(1+i)^{18}} &= 2,5 - \frac{2,5}{(1+i)^9} \\ 0,5 - \frac{2,5}{(1+i)^9} + \frac{2}{(1+i)^{18}} &= 0 \\ (1+i)^{18} - 5(1+i)^9 + 4 &= 0 \end{aligned}$$

misalkan $(1+i)^9 = x$ untuk $i > 0$ maka $x > 1$ sehingga persamaan menjadi $x^2 - 5x + 4 = 0$ yang mana hanya dipenuhi oleh solusi $x = 4$ maka

$$\begin{aligned}(1+i)^9 &= 4\\ i &= 4^{\frac{1}{9}} - 1\\ &= 0,16653\\ &\approx 17\%\end{aligned}$$

Jawab: B

8. Berikut ini adalah informasi mengenai aktifitas dalam dua investasi yang berbeda :

Akun K

Tanggal Nilai Dana	Nilai dana sebelum aktifitas	Aktifitas deposito	Aktifitas *withdrawal*
Januari $1,2014$	100		
Juli $1,2014$	125		X
Oktober $1,2014$	110	$2X$	
Desember $31,2014$	125		

Akun L

Tanggal Nilai Dana	Nilai dana sebelum aktifitas	Aktifitas deposito	Aktifitas *withdrawal*
Januari $1,2014$	100		
Juli $1,2014$	125		X
Oktober $1,2014$	$105,8$		

Selama tahun 2014, *dollar weighted yield* untuk investasi di akun K sama dengan *time weighted yield* untuk investasi di akun L, yaitu i. Berapakah i?

a. 10%

b. 12%

c. 15%

d. 18%

e. 20%

Pembahasan:

akun K :

$$100(1+i) - x(1+i)^{\frac{1}{2}} + 2x(1+i)^{\frac{1}{4}} = 125 \tag{2.1}$$

akun L :

$$\begin{aligned} 1+i &= \left(\frac{125}{100}\right)\left(\frac{105,8}{125-x}\right) \\ \Rightarrow 125-x &= \left(\frac{125}{100}\right)\left(\frac{105,8}{1+i}\right) \\ \Rightarrow x &= 125 - \left(\frac{125}{100}\right)\left(\frac{105,8}{1+i}\right) \end{aligned}$$

Dengan mensubtitusikan nilai x ke dalam persamaan (1) dan kita selesaikan persamaan tersebut dalam i, maka kita peroleh nilai $i = 15\%$ dan $x = 10$

Jawab: C

9. Agus membeli 2 (dua) obligasi. Satu obligasi dibeli dengan tingkat bunga efektif 4% per tahun dan merupakan obligasi 3 tahun dengan *zero coupon* yang dapat ditebus dengan Harga 1.000. Obligasi kedua adalah obligasi dengan nilai par 1.000 dan 6% kupon enam bulanan (*semi annual coupon*) yang akan jatuh tempo dalam 6 tahun. Kedua obligasi tersebut memiliki harga beli yang sama. Hitunglah tingkat bunga efektif tahunan dari kupon tersebut.

    a. $4,2\%$

    b. $6,9\%$

    c. $6,4\%$

    d. $8,6\%$

    e. $8,4\%$

Pembahasan: zero coupon bond : $P = 1000(1,04)^{-3} = 888,9963587$

obligasi kedua :

$$\begin{aligned} P &= F \times r\, a_{\overline{12|}\, j} + C\, v^{12} \\ 888,9963587 &= 30\, a_{\overline{12|}\, j} + 1000(1+j)^{-12} \end{aligned}$$

Nilai j yang memenuhi adalah $4,196276965\%$ sehingga

$$\begin{aligned}
1 + i_{\text{eff}} &= (1+j)^2 \\
i_{\text{eff}} &= (1+0,4196276965)^2 - 1 \\
&= 0,0857 \\
&\approx 0,086 \\
&= 8,6\%
\end{aligned}$$

Jawab: D

10. Delon membeli perpetuitas tahunan awal (*annual perpetuity due*) di tahun 2014 yang membayar USD 400 pada tahun-tahun genap (misal 2014, 2016, 2018, dst) dan membayar USD 700 pada tahun-tahun ganjil (misal 2015, 2017, dst). Hitunglah nilai sekarang dari perpetuitas tersebut pada tingkat bunga efektif tahunan 5%!

    a. USD 10.732

    b. USD 11.831

    c. USD 10.412

    d. USD 11.473

    e. USD 20.320

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
NPV &= 400(1 + v + v^2 + v^4 + v^6 + \cdots) + 700(v + v^3 + v^5 + v^7 + \cdots) \\
&= 400\left(\frac{1}{1-v^2}\right) + 700\left(\frac{v}{1-v^2}\right) \\
&= 400\left(\frac{1}{1-(1,05)^{-2}}\right) + 700\left(\frac{(1,05)^{-1}}{1-(1,05)^{-2}}\right) \\
&= 11.473,17073
\end{aligned}$$

Jawab: D

11. Saham suatu perusahaan dijual sebesar USD 100 per saham dengan asumsi tingkat bunga efektif tahunan 14%. Dividend akan dibayarkan diakhir setiap tahun selamanya. Dividend pertama yang dibayarkan adalah sebesar USD 10, yang setiap tahunnya dividen akan naik sebesar X% dari tahun sebelumnya. Berapakah X?

    a. $3,5$

    b. $4,0$

    c. $2,5$

    d. $3,0$

    e. $1,5$

    Pembahasan: Misalkan K merupakan kenaikan dividen maka

$$\begin{aligned} P &= \frac{D}{i-k} \\ \Rightarrow 100 &= \frac{10}{0,14-k} \\ \Rightarrow 0,14-k &= 0,1 \\ \Rightarrow k &= 0,04 \end{aligned}$$

    Jadi, $k = 4\%$ dan $x = 4$.

    Jawab: B

12. Rosa membeli obligasi 10 tahun yang memiliki nilai par 1.000 di harga 1.025. Obligasi tersebut dapat dibeli kembali oleh penerbit (*callable*) setelah 6 tahun pada nilai par-nya. Harga beli dijamin pada tingkat bunga (*yield rate*) minimum 6% yang dikonversikan semesteran (*convertible semi annually*). Hitunglah berapa nilai kupon semesteran yang diperoleh.

    a. $32,51$

    b. $53,24$

    c. $52,82$

    d. $27,44$

e. $26,60$

Pembahasan:

Pada soal tertera informasi yang menyatakn bahwa harga obligasi lebih besar daripada nilai par obligasi. Artinya, obligasi ini termasuk *Premium Bond*. Dengan demikian, *maturity date* dari obligasi ini adalah pada akhir tahun ke-6 (setelah pembayaran ke-12). Nilai kupon yang dimaksud pada soal adalah nilai $F.r$, yang didapat dari :

$$\begin{aligned} P &= F.r\, a_{\overline{n}|} + Cv^n \\ 1025 &= F.r\left(\frac{1-1,03^{-12}}{0,03}\right) + 1000(1,03)^{-12} \\ 1025 &= F.r(9,954) + 701,37988 \\ F.r &= 32,5115 \approx 32,51 \end{aligned}$$

Jawab: A

13. Bowo menyimpan uang di Bank A. Jika bunga yang diperoleh Bowo adalah Rp. 264.000,- dalam jangka waktu 2 tahun dari dana awal yang diinvestasikan sebesar Rp 600.000,- maka dengan asumsi Compound interest yang diperoleh sama, berapakah nilai akumulasi dari dana Rp 2.000.000,- di 3 tahun kemudian

    a. Rp 3.456.000,-

    b. Rp 2.662.000,-

    c. Rp 3.200.000,-

    d. Rp 2.600.000,-

    e. Rp 2.800.000,-

Pembahasan:

Diketahui:

- Bunga yang diperoleh $= 264.000$
- $n = 2$ tahun

- Principal = 600.000

Akan dicari Presentase bunga

$$
\begin{aligned}
600.000(1+i)^2 - 600.000 &= 264.000 \\
600.000(1+i)^2 &= 864.000 \\
(1+i)^2 &= \frac{864.000}{600.000} \\
(1+i) &= \sqrt{1,44} = 1,2 \\
i &= 0,2
\end{aligned}
$$

Maka akumulasi dana 2.000.000 di 3 tahun mendatang adalah

$$2.000.000.(1+i)^3 = 2.000.000.(1,2)^3 = 3.456.000$$

Jawab: A

14. Pak Adhi memiliki tiga orang anak yang berumur 1, 3, dan 6 tahun. Pak Adhi berharap bahwa anak-anaknya akan memiliki suatu dana sebesar X di usia 18 tahun dan sebesar Y di usia 21 tahun. Untuk itu Pak Adhi bersedia menginvestasikan uang sebesar Z saat ini. Manakah persamaan matematika yang paling tepat untuk Z?

    a. $z = \dfrac{X}{v^{17}+v^{15}+v^{12}} + \dfrac{Y}{v^{17}+v^{15}+v^{12}}$

    b. $z = 3\left[Xv^{18} + Yv^{21}\right]$

    c. $z = 3Xv^3 + Y\left[v^{20}+v^{18}+v^{15}\right]$

    d. $z = (X+Y)\,\dfrac{v^{20}+v^{18}+v^{15}}{v^3}$

    e. $z = X\left[v^{17}+v^{15}+v^{12}\right] + Y\left[v^{20}+v^{18}+v^{15}\right]$

    Pembahasan:

    - Anak-anak Pak Adhi akan berusia 18 tahun, jika selisih waktu antara tahun sekarang dan tahun dimana masing-masing anak berusia 18 tahun masing-masing adalah 17 tahun, 15 tahun, 12 tahun.

- Anak-anak Pak Adhi akan berusia 21 tahun, jika selisih waktu antara tahun sekarang dan tahun dimana masing-masing anak berusia 21 tahun, 18 tahun dan 15 tahun

Dengan demikian kita peroleh :

$$Z = X(v^{17} + v^{15} + v^{12}) + Y(v^{20} + v^{18} + v^{15})$$

Jawab: E

15. Suatu pinjaman sebesar 20.000 untuk 20 tahun, dapat dikembalikan dalam 2 (cara) sebagai berikut:

    (i) Metode amortisasi yang sama dengan pembayaran cicilan tahunan pada tingkat bunga efektif tahunan $6,5\%$

    (ii) Metode sinking fund dimana peminjam menerima tingkat bunga efektif tahunan 8% dan hasil dari dana yang diakumulasikan (*sinking fund*) pada tingkat bunga efektif tahunan j.

    Kedua cara membutuhkan pembayaran sebesar X yang harus dibayarkan di setiap akhir tahun 20 tahun. Hitunglah j!

    a. $j \leq 6,5\%$

    b. $6,5\% < j \leq 8,0\%$

    c. $8,0\% < j \leq 10,0\%$

    d. $10,0\% < j \leq 12\%$

    e. $j > 12\%$

    Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
\text{metode 1} \quad : \qquad B_0 &= x\, a_{\overline{20|}\, i} \qquad \text{, dengan } i = 6,5\% \\
20000 &= x\, a_{\overline{20|}\, i} \\
\Rightarrow \qquad x &= 1.815,1279 \\
\text{metode 2} \quad : \qquad x &= i \times L + SFD \qquad \text{, dengan } i = 8\% \\
1.815,1279 &= 1600 + SFD \\
\Rightarrow \qquad SFD &= \frac{L}{S_{\overline{20|}\, j}} \\
&= \frac{20.000}{S_{\overline{20|}\, j}} \\
&= 215,1279 \\
\Rightarrow \qquad S_{\overline{20|}\, j} &= \frac{20.000}{215,1279} \\
&= 92,9679507 \\
\Rightarrow \qquad \frac{(1+j)^{20}-1}{j} &= 92,9679507
\end{aligned}
$$

Dengan menyelesaikan persamaan tersebut diperoleh $j = 14,17922\%$

Jawab: E

16. Suatu perusahaan asuransi memiliki kewajiban untuk membayarkan klaim biaya kesehatan bagi pemegang polis. Rata-rata biaya klaim setahun saat ini adalah USD 5.000, dan inflasi biaya medis diperkirakan sebesar 7% per tahun. Pemegang polis diperkirakan hidup dalam 20 tahun kedepan. Pembayaran klaim hanya dilakukan satu kali dalam setahun, dengan klaim pertama dibayarkan hari ini. Berapakah nilai sekarang dari kewajiban perusahaan jika tingkat bunga tahunan adalah 5%?

    a. USD 87.932

    b. USD 102.514

    c. USD 114.611

    d. USD 122.634

    e. USD 125.271

Pembahasan:

$$PV = 5.000\left[1 + \frac{1,07}{1,05} + \left(\frac{1,07}{1,05}\right)^2 + \cdots \left(\frac{1,07}{1,05}\right)^{19}\right]$$
$$= \left[\frac{\left(\frac{1,07}{1,05}\right)^{20} - 1}{\left(\frac{1,07}{1,05}\right) - 1}\right]$$
$$= 120.341,3862$$

Jawab: tidak ada jawaban yang memenuhi $\boxed{\text{USD 120.341}}$

Berikut adalah informasi untuk soal no. 17 **dan** 18 **mengenai obligasi** A**.**

- Nilai Par = 1.000
- Masa jatuh tempo = 3 tahun
- Tingkat bunga untuk kupon = 6% dibayarkan secara tahunan

Jangka waktu	Tingkat suku bunga spot tahunan (*Annual Spot Interest Rates*)
1	7%
2	8%
3	9%

17. Hitunglah nilai dari obligasi A tersebut!

    a. 906

    b. 926

    c. 930

    d. 950

    e. 1.000

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{60}{1,07} + \frac{60}{(1,08)^2} + \frac{60}{(1.09)^3} + \frac{1000}{(1,09)^3} \\
&= 926,02958 \\
&\approx 926
\end{aligned}
$$

Jawab: B

18. Hitunglah tingkat bunga efektif tahunan untuk obligasi A jika obligasi tersebut dijual di harga yang sama dengan nilainya!

    a. $8,1\%$

    b. $8,3\%$

    c. $8,5\%$

    d. $8,7\%$

    e. $8,9\%$

    Pembahasan:
    Nilai dari obligasi adalah 926 yang didapat dari jawaban nomor 17. Lalu, untuk mencari tingkat bunga efektif digunakan persamaan berikut.

$$
\begin{aligned}
926 &= \frac{60}{(1+i)} + \frac{60}{(1+i)^2} + \frac{1060}{(1+i^3)} \\
i &= 8,919196\%.
\end{aligned}
$$

    Jawab: E

19. Hitunglah durasi dari suatu saham biasa (*common stock*) yang membayar dividend disetiap akhir tahun sebagai suatu perpetuitas. Asumsikan bahwa dividend tersebut tetap dan tingkat bunga efektif adalah 10% per tahun.

    a. 7

    b. 9

c. 11

d. 19

e. 27

Pembahasan:

Durasi :

$$
\begin{aligned}
d &= \frac{\sum\limits_{t=1}^{\infty} t\,v^t}{\sum\limits_{t=1}^{\infty} v^t} \\
&= \frac{v + 2v^2 + 3v^3 + \cdots}{v + v^2 + v^3 + \cdots} = \frac{\frac{1}{id}}{\frac{1}{i}} \\
&= \frac{i}{id} = \frac{1}{d} = \frac{1}{\frac{i}{1+i}} \\
&= \frac{i+1}{i} = \frac{1,1}{0,1} = 11 \text{ tahun}
\end{aligned}
$$

Jawab: C

20. Tom membayar pinjamannya dengan cara mencicil sebesar 1 setiap akhir tahun selama n tahun. Besarnya pinjaman adalah 20. Bunga yang dibayarkan pada periode t ditambah dengan modal (*principal*) yang dibayarkan pada periode $t+1$ sama dengan X. Manakah persamaan matematika berikut ini yang tepat untuk X?

    a. $1 + \frac{v^{n-t}}{i}$

    b. $1 + \frac{v^{n-t}}{d}$

    c. $1 + \left(v^{n-t}\right) i$

    d. $1 + \left(v^{n-t}\right) d$

    e. $1 + \left(v^{n-t}\right)$

Pembahasan:

Diketahui $20 = a_{\overline{n}|\,i} = \dfrac{1 - v^n}{i}$ maka

$$
\begin{aligned}
X &= I_t + P_{t+1} \\
&= 1 - v^{n-t+1} + v^{n-(t+1)+1} \\
&= 1 - v^{n-t+1} + v^{n-t} \\
&= 1 - v^{n-t}(1 - v) \\
&= 1 - v^{n-t} d
\end{aligned}
$$

Jawab: D

21. Anna memutuskan untuk berinvestasi di obligasi X, yaitu obligasi n tahun dengan kupon 6 bulanan (*semi annual*) dan karakteristik berikut :

   - Nilai Par = 1.000
   - Rasio dari tingkat bunga kupon 6 bulanan (*semi annual*) terhadap imbal hasil 6 bulanan (*semi annual*) yang diharapkan $\frac{r}{i}$ adalah $1,03125$,
   - Nilai sekarang dari nilai penebusan (*redemption value*) adalah $381,5$,
   - Jika diketahui $v^n = 0,5889$. Berapakah Harga dari obligasi X (dengan pembulatan yang paling dekat)?

   a. 1.019

   b. 1.029

   c. 1.050

   d. 1.055

   e. 1.072

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
X = F \times r\, a_{\overline{2n}|} + C\, v^{2n} &= \frac{F_r}{i}\left(1 - v^{2n}\right) + 381,5 \\
&= 1000(1,03125)\left(1 - v^{2n}\right) + 381,5 \\
&= 1.412,75 - 1.035,25 v^{2n}
\end{aligned}
$$

karena $v^n = 0,5889$ maka $v^{2n} = (0,5889)^2 = 0,3468$ sehingga

$$x = 1.412,75 - 1.031,25(0,3468) = 1055,1125 \approx 1055$$

Jawab: D

22. Anto menawarkan dua model pembayaran kepada David sebagai berikut:

    (i) 100 di waktu 0, 200 di waktu n dan 300 di waktu $2n$

    (ii) 600 di waktu 10

    Pada tingkat bunga efektif tahunan i, nilai sekarang dari 2 pembayaran ini adalah sama. Jika diketahui $v^n = 0,76$. Berapakah nilai dari i?

    a. $3,5\%$

    b. $4,0\%$

    c. $4,5\%$

    d. $5,0\%$

    e. $5,5\%$

    Pembahasan:

    misal pernyataan (i) merepresentasikan A dan pernyataan (ii) merepresentasikan B

sehingga didapat

$$\begin{aligned}
PV(A) &= PV(B) \\
100 + 200v^n + 300v^{2n} &= \frac{600}{(1+i)^{10}} \\
100 + 200(0,76) + 300(0,76)^2 &= \frac{600}{(1+i)^{10}} \\
425,28 &= \frac{600}{(1+i)^{10}} \\
(1+i)^{10} &= \frac{00}{425,28} \\
\Rightarrow i &= \left(\frac{600}{425,28}\right)^{\frac{1}{10}} - 1 \\
&= 0,035 \\
&= 3,5\%
\end{aligned}$$

Jawab: A

23. Olga membeli anuitas meningkat (*increasing annuity*) selama 5 tahun seharga X. Olga akan menerima USD 2 di akhir bulan pertama, USD 4 di akhir bulan kedua dan untuk setiap bulan berikutnya pembayaran bertambah sebesar USD 2. Tingkat bunga nominal adalah 9% yang dikonversikan secara kwartalan (*convertible quarterly*). Berapakah nilai dari X?

    a. USD 2.780

    b. USD 2.830

    c. USD 2.880

    d. USD 2.680

    e. USD 2.730

Pembahasan:

Diketahui : $\left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right) = \left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)$ dan $i^* = \frac{i^{(12)}}{12} = (1,0225)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,007444$

maka

$$\begin{aligned}
PV &= 2\,(I_a)_{\overline{60}|\,i^*} \\
&= 2 \times \frac{\ddot{a}_{\overline{60}|\,i^*} - 60v^{60}}{i^*} \\
&= 2\left[\frac{48,60831099 - 60(1,007444)^{-60}}{0,007444}\right] \\
&= 2729,26 \\
&\approx 2730
\end{aligned}$$

Jawab: E

24. Satu obligasi 10 tahun dengan nilai par 10.000 dan kupon tahunan 8% dibeli di harga *premium* dengan tingkat bunga *yield* efektif tahunan 6%. Hitunglah bunga yang diperoleh pada tahun ke-7?

    a. 632

    b. 642

    c. 651

    d. 660

    e. 667

Pembahasan:

Diketahui $i = 6\%$ maka tinjau

$$\begin{aligned}
B_6 &= F \times r\, a_{\overline{4}|\,i} + C\, v^4 \\
&= 800\, a_{\overline{4}|\,i} + 10.000\,(1,06)^{-4} \\
&= 800\left[\frac{1-(1,06)^{-4}}{0,06}\right] + 10000(1,06)^{-4} \\
&= 10.693,02112
\end{aligned}$$

Sehingga $I_7 = i \times B_6 = (0,06)(10.693,02112) = 641,58 \approx 642$

Jawab: B

25. Nyatakan $d^{(4)}$ sebagai fungsi $i^{(3)}$

 a. $4\left[1-\left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]$

 b. $3\left[1-\left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]$

 c. $4\left[1+\left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{\frac{3}{4}}\right]$

 d. $3\left[1+\left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]$

 e. $3\left[1-\left(1+\frac{i^{(3)}}{4}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]$

 Pembahasan:

$$\left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{3}=\left(1-\frac{d^{(4)}}{4}\right)^{-4}$$

$$\left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}=1-\frac{d^{(4)}}{4}$$

$$d^{(4)}=4\left[1-\left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]$$

 Jawab: A

26. Sebuah saham yang baru saja membagikan dividen sebesar 250 diprediksi akan bertumbuh 20% setiap tahunnya selama 4 tahun ke depan. Setelah periode supernormal ini, dividen hanya akan naik sebesar 5%. Jika invetor saham menginginkan tingkat pengembalian (*return*) tahunan sebesar 15% untuk saham ini, berapakah harga yang bersedia dibayar oleh investor?

a. 4.670

b. 4.750

c. 4.580

d. 4.820

e. 4.560

Pembahasan:

Jawab:

Soal dianulir

27. Jika diketahui $i^{(m)} = 0,1646858$ dan $d^{(m)} = 0,1602864$, maka nilai m adalah:

a. 12

b. 10

c. 8

d. 6

e. 4

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m} &= \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^{-m} \\
\frac{m + 0,1646858}{m} &= \frac{m}{m - 0,1602864} \\
\cancel{m^2} + 0,0043944m - 0,02639689401 &= \cancel{m^2} \\
\Rightarrow m &= \frac{0,02639689401}{0,0043944} \\
&= 6,00011 \\
&\approx 6
\end{aligned}$$

Jawab: D

28. Untuk mendapatkan dana sebesar USD 8.000 di akhir tahun ke-$3n$, Ilham menabung di suatu bank sebesar USD 98 di setiap akhir tahun selama n tahun dan sebesar USD 196 di setiap akhir tahun selama $2n$ tahun berikutnya. Jika tingkat bunga efektif tahunan dinyatakan oleh i dan diketahui $(1+i)^n = 2$, Hitunglah nilai dari i!

    a. $11,25\%$

    b. $11,75\%$

    c. $12,25\%$

    d. $12,75\%$

    e. $13,25\%$

Pembahasan: Tinjau

$$\begin{aligned}
98\, s_{\overline{n}|}(1+i)^{2n} + 196\, s_{\overline{2n}|} &= 8000 \\
98 \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i)^{2n} + 196 \times \frac{(1+i)^{2n}-1}{i} &= 8000 \\
98 \times \frac{2-1}{i}(4) + 196 \times \frac{4-1}{i} &= 8000 \\
\frac{392}{i} + \frac{588}{i} &= 8000 \\
\frac{980}{i} &= 8000 \\
i &= \frac{980}{8000} \\
&= 0,1225 \\
&= 12,25\%
\end{aligned}$$

Jawab: C

29. Berapakah nilai sekarang dari pembayaran Rp 1.000 yang dibayarkan di setiap akhir tahun untuk periode 5 tahun dengan menggunakan tingkat suku bunga spot (*spot rates*) seperti tabel di bawah ini:

Jangka waktu Investasi	Tingkat bunga
1 tahun	6%
2 tahun	$6,5\%$
3 tahun	$7,25\%$
4 tahun	8%
5 tahun	$8,5\%$

a. Rp 3.564

b. Rp 3.736

c. Rp 3.840

d. Rp 3.651

e. Rp 4.036

Pembahasan:

$$\begin{aligned} NPV &= \frac{1000}{1,06} + \frac{1000}{(1,065)^2} + \frac{1000}{(1,0725)^3} + \frac{1000}{(1,08)^4} + \frac{1000}{(1,085)^5} \\ &= 4035,733581 \\ &\approx 4036 \end{aligned}$$

Jawab: E

30. Manakah pernyataan berikut yang tidak tepat?

a. $\ddot{a}_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|} + 1 - v^n$

b. $\ddot{s}_{\overline{n}|} = s_{\overline{n}|} - 1 + (1+i)^n$

c. $s_{\overline{m+n}|} = s_{\overline{m}|} + (1+i)^{n+m} s_{\overline{m}|}$

d. $a_{\overline{m-n}|} = (1+i)^n a_{\overline{m}|} - s_{\overline{n}|}$, dimana $0 < n < m$

e. $s_{\overline{m-n}|} = s_m - (1+i)^m a_{\overline{n}|}$, dimana $0 < n < m$

Pembahasan: Jawaban a,b,d, dan e tepat. Akan tetapi jawaban c kurang tepat, seharusnya:

$$s_{\overline{m+n}|} = s_{\overline{m}|} + s_{\overline{n}|} (1+i)^m$$

Jawab: C

BAB 3

PEMBAHASAN A10 JUNI 2015

1. Riana mendepositokan uangnya sebesar Rp. 1.500.000,- pada suatu bank yang memberikan tingkat bunga nominal 6% dikonversi secara bulanan selama satu tahun pertama dan kemudian memberikan tingkat bunga nominal sebesar 8% dikonversi secara kuartalan untuk dua tahun berikutnya. Hitunglah berapa jumlah deposito Riana diakhir tahun ke-3 (tiga)? (*pembulatan terdekat*)

   A. Rp. 1.865.887

   B. Rp. 1.872.342

   C. Rp. 1.854.576

   D. Rp. 1.843.652

   E. Rp. 1.885.210

   Pembahasan: Dari soal diketahui bahwa:
   $A(0) = 1.500.000$
   $i = \frac{i^{(12)}}{12} = \frac{0{,}06}{12} = 0,005$
   $j = \frac{i^{(4)}}{4} = \frac{0{,}08}{4} = 0,02$
   $m = 12$ bulan
   $n = 8$ kuartal

$$
\begin{aligned}
A(3) &= A(0)(1+i)^m(1+j)^n \\
&= 1.500.000(1,005)^{12}(1,02)^8 \\
&= 1.865.887,152 \\
&\approx 1.865.887
\end{aligned}
$$

   Jadi jumlah deposito Riana diakhir tahun ke-3 (tiga) sebesar Rp. 1.865.887
   Jawab: A.

2. Berapakah tingkat bunga nominal yang dikonversi secara semesteran yang ekuivalen dengan tingkat bunga deposito pada soal no. 1? (*pembulatan terdekat*)

   A. 7,25%

   B. 7,32%

   C. 7,41%

   D. 7,54%

   E. 7,28%

   Pembahasan:

$$\begin{aligned} 1.500.000\left(1+\frac{i^2}{2}\right)^6 &= 1.865.887 \\ \left(1+\frac{i^2}{2}\right)^6 &= 1,243924667 \\ i^{(2)} &= 2\left[(1,243924667)^{\frac{1}{6}}-1\right] \\ &= 0,07409674 \\ &\approx 0,0741 = 7,41\% \end{aligned}$$

   Jawab: C.

3. Jika diketahui $\delta(t) = \frac{4}{(t+3)}$, Hitunglah nilai dari $a(t)$?

   A. $(\frac{t+3}{3})^4$

   B. $4ln\left(\frac{t+3}{3}\right)$

   C. $e^{\frac{4}{(t+3)}}$

   D. $ln\left(\frac{t+3}{4}\right)$

   E. $e^{\frac{t+3}{4}}$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
a(t) &= e^{\int_0^t \delta(t)dt} \\
&= e^{\int_0^t \frac{4}{t+3}dt} \\
&= e^{4(ln(t+3)-ln(3))} \\
&= e^{4\left(ln\left(\frac{t+3}{3}\right)\right)} \\
&= e^{\left(ln\left(\frac{t+3}{3}\right)\right)^4} \\
&= \left(\frac{t+3}{3}\right)^4
\end{aligned}$$

Jawab : A.

4. Sejumlah dana sebesar X didepositokan pada suatu bank A yang membayar tingkat bunga sederhana 8% per tahun. Di waktu yang sama $\frac{X}{2}$ didepositokan pada bank B yang nilainya bertambah pada tingkat laju bunga yang tetap (*constant force of interest*) sebesar δ. Total bunga yang diperoleh dari kedua deposito tersebut setelah 10 tahun adalah sama. Berapakah δ? (*pembulatan terdekat*)

   A. 8,32%

   B. 8,75%

   C. 10,45%

   D. 9,56%

   E. 9,74%

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
x(1+0,08(10))-x &= \frac{x}{2}e^{10\delta}-\frac{x}{2} \\
0,8x &= \frac{x}{2}(e^{10\delta}-1) \\
1,6+1 &= e^{10\delta} \\
2,6 &= e^{10\delta} \\
\delta &= \frac{1}{10}ln(2,6) \\
&= 0,09555 \\
&\approx 9,56\%
\end{aligned}$$

Jawab: D.

5. Toserba A memperbolehkan pelanggannya membayar barang belanjaan mereka dengan menggunakan kartu kredit atau menerima *discount* sebesar $r\%$ jika membayar secara langsung (*cash*). Untuk pembelian dengan kartu kredit, Toserba A menerima 95% dari harga beli dari *merchant* kartu kredit setengah bulan kemudian. Pada tingkat bunga efektif tahunan 12%, Nilai dari dua metode pembayaran tersebut adalah ekivalen. Berapakah r? (*pembulatan terdekat*)

   A. 4,55

   B. 4,85

   C. 5,15

   D. 5,45

   E. 5,75

   Pembahasan:

$$\begin{aligned} 1-r &= 0,95(1+0,12)^{-\frac{1}{24}} \\ r &= 1-0,95(1,12)^{-\frac{1}{24}} \\ &= 0,054475 \\ &\approx 5,45\% \end{aligned}$$

   Jawab: D.

6. Pada tingkat bunga tahunan efektif sebesar i, dimana $i > 0$, anuitas berikut memiliki nilai sekarang sebesar X:

   (i) Anuitas segera (*Due Annuity*)selama 20 tahun dengan pembayaran tahunan sebesar USD 55

   (ii) Anuitas segera (*Due Annuity*) selama 30 tahun dengan pembayaran tahunan sebesar USD 30 untuk 10 tahun pertama, USD 60 untuk sepuluh tahun kedua dan USD 90 untuk sepuluh tahun terakhir.

Hitunglah berapa nilai dari X! (*pembulatan terdekat*)

A. USD 575

B. USD 585

C. USD 595

D. USD 605

E. USD 615

Pembahasan:

(i) x = 55 $\ddot{a}_{\overline{20}|}$ = 55 $\ddot{a}_{\overline{10}|}$ + 55 $\ddot{a}_{\overline{10}|}v^{10}$

(ii) x = 30 $\ddot{a}_{\overline{10}|}$ + 60 $\ddot{a}_{\overline{10}|}v^{10}$ + 90 $\ddot{a}_{\overline{10}|}v^{20}$

Dengan demikian kita peroleh:

$$\begin{aligned} 55\ddot{a}_{\overline{10}|} + 55\ddot{a}_{\overline{10}|}v^{10} &= 30\ddot{a}_{\overline{10}|} + 60\ddot{a}_{\overline{10}|}v^{10} + 90\ddot{a}_{\overline{10}|}v^{20} \\ \Leftrightarrow 55 + 55v^{10} &= 30 + 60v^{10} + 90v^{20} \\ \Leftrightarrow 90v^{20} + 5v^{10} - 25 &= 0 \end{aligned}$$

misalkan $x = v^{10} \Rightarrow 90x^2 + 5x - 25 = 0$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(90)(-25)}}{2(90)} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{9025}}{180} \\ &= \frac{-5 \pm 95}{180} \end{aligned}$$

pilih nilai x positif $\Rightarrow x = \frac{-5+95}{180} = \frac{1}{2}$
$v^{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow (1+i)^{10} = 2$
$i = 2^{\frac{1}{10}} - 1 = 0,071773$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow x &= 55\ddot{a}_{\overline{20|}i} \\
&= 55\left(\frac{1-(\frac{1}{2})^2}{\frac{0{,}071773}{1{,}071773}}\right) \\
&= 615,9786 \\
&\approx 615
\end{aligned}
$$

Jawab: E.

7. Jika diketahui :

   (i) $a_{\overline{n|}} = 10,00$; dan

   (ii) $a_{\overline{3n|}} = 24,40$.

   Hitunglah nilai dari $a_{\overline{4n|}}$?

   A. 28,74

   B. 29,00

   C. 29,26

   D. 29,52

   E. 29,78

   Pembahasan:
   $a_{\overline{3n|}} = \frac{1-v^{3n}}{i} = 24,40 \Rightarrow v^{3n} = 1 - 24,4i$
   $a_{\overline{n|}} = \frac{1-v^{n}}{i} = 10 \Rightarrow v^{n} = 1 - 10i$

$$
\begin{aligned}
\frac{a_{\overline{3n|}}}{a_{\overline{n|}}} = \frac{\frac{1-v^{3n}}{i}}{\frac{1-v^{n}}{i}} = \frac{1-v^{3n}}{1-v^{n}} &= 2,44 \\
1-v^{3n} &= 2,44(1-v^n) \\
1-v^{3n} &= 2,44 - 2,44v^n \\
v^{3n} - -2,44v^n + 1,44 &= 0
\end{aligned}
$$

Misalkan $x = v^n \Rightarrow x^3 - 2,44x + 1,44 = 0$

nilai x yang memenuhi adalah x=1, x=-1,8, x=0,8. Karena x=1 dan x=-1,8 tidak memenuhi, $v^n = 0,8, v^{3n} = 0,512$

$$\begin{aligned} a_{angl4n} &= a_{angl3n} + v^{3n} a_{angln} \\ &= 24,40 + 0,512(10) \\ &= 29,52 \end{aligned}$$

Jawab: D.

8. Erik menerima uang sebesar USD 12.000 dari polis Asuransi jiwa. Dia menggunakan dana tersebut untuk membeli 2 anuitas yang berbeda, yang masing masing seharga USD 6.000. Anuitas pertama yang dibelinya adalah anuitas segera (due annuity) selama 24 tahun yang membayarkan sebesar USD per tahun kepada dirinya. Anuitas kedua adalah anuitas segera (due annuity) selama 8 tahun yang membayarkan sebesar 2 per tahun kepada anaknya.Kedua anuitas tersebut dihitung dengan menggunakan asumsi tingkat bunga efektif tahunan i, dimana $i > 0$. Berapakah ? (pembulatan terdekat)

   A. 6,0%

   B. 6,2%

   C. 6,4%

   D. 6,6%

   E. 6,8%

Pembahasan:

$$6000 = k\ddot{a}_{\overline{24}|i} \rightarrow \text{anuitas pertama} \tag{3.1}$$

$$6000 = 2k\ddot{a}_{\overline{8}|i} \rightarrow \text{anuitas kedua} \tag{3.2}$$

Dengan demikian kita peroleh :

$$
\begin{aligned}
& k\ddot{a}_{\overline{24|}} = 2k\ddot{a}_{\overline{8|}} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\ddot{a}_{\overline{24|}}}{\ddot{a}_{\overline{8|}}} = 2 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{\frac{1-v^{24}}{d}}{\frac{1-v^{8}}{d}} = 2 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{1-v^{24}}{1-v^{8}} = 2 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{(1-v^{8})(1+v^{8}+v^{16})}{1-v^{8}} = 2 \\
\Leftrightarrow\ & v^{16}+v^{8}+1 = 2 \\
\Leftrightarrow\ & v^{16}+v^{8}-1 = 0
\end{aligned}
$$

Misalkan $x = v^8$, maka kita peroleh $x^2 + x - 1 = 0$
$x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{1+4}}{2(1)}$
Ambil nilai x positif, diperoleh :
$x = v^8 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0,618034$

$$
\begin{aligned}
(1+i)^{-8} &= 0,618034 \\
i &= (0,618034)^{\frac{1}{8}} - 1 \\
&= 0,061997 \\
&\approx 0,062 \\
&\approx 6,2\%
\end{aligned}
$$

Jawab: B.

9. Suatu perpetuitas memiliki harga sebesar 77,1 dan akan memberikan pembayaran tahunan di setiap akhir tahun. Perpetuitas tersebut membayar sebesar 1 di akhir tahun ke-2, sebesar 2 di akhir tahun ke-3,, dan seterusnya sebesar n di akhir tahun ke (n+1). Setelah tahun ke (n+1), pembayaran tetap sebesar n. Jika diketahui tingkat bunga efektif tahunan sebesar 10,5%, berapakah n?

   A. 17

B. 18

C. 19

D. 20

E. 21

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
77,1 &= v(Ia)_{\overline{n}|} + nv^{n+1}a_{\infty} \\
&= v\left(\frac{\ddot{a}_{\overline{n}|} - nv^{n}}{i}\right) + nv^{n+1}\frac{1}{i} \\
&= \frac{v}{i}\ddot{a}_{\overline{n}|} - \frac{nv^{n+1}}{i} + \frac{nv^{n+1}}{i} \\
&= \frac{v}{i}\ddot{a}_{\overline{n}|} \\
77,1 &= \frac{a_{\overline{n}|}}{i} \\
\Leftrightarrow a_{\overline{n}|} &= 77,1(i) \\
&= (77,1)(0,105) \\
&= 8,0955 \\
\Leftrightarrow \frac{1-v^{n}}{i} &= 8,0955 \\
v^{n} &= 1 - 8,0955(i) \\
&= 1 - 8,0955(0,105) \\
&= 0,1499725 \\
\Leftrightarrow (1+i)^{-n} &= 0,1499725 \\
(1,105)^{-n} &= 0,1499725 \\
n &= \frac{-ln0,1499725}{ln1,105} \\
&= 19,0024 \\
&\approx 19
\end{aligned}
$$

Jawab: C.

10. Suatu pinjaman selama 10 tahun sebesar USD 2.000 akan dilunasi dengan pembayaran cicilan yang dilakukan setiap akhir tahun. Pembayaran cicilan tersebut dapat dibayarkan dengan dua pilihan:

i. Pembayaran cicilan dengan jumlah yang sama setiap tahunnya dengan tingkat bunga efektiftahunan 8,07%.

ii. Pembayaran cicilan sebesar USD 200 setiap tahunnya ditambah dengan bunga dari sisa pinjaman dikurangi cicilan yang belum terbayar pada tingkat bunga efektif tahunan sebesar j.

Jumlah total pembayaran untuk pilihan (i) dan (ii) adalah sama. Hitunglah nilai dari j?

A. 8,75%

B. 9,00%

C. 9,25%

D. 9,50%

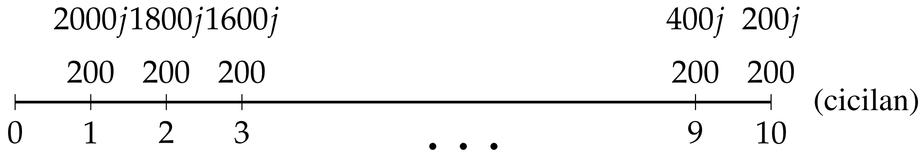
E. 9,75%

Pembahasan:

(i) $R = \frac{2000}{a_{\overline{10}|0,0807}} = 299$

Total pembayaran cicilan untuk pilihan 1 adalah 299 (10) = 2990

(ii) Berikut merupakan timeline pembayaran cicilan



Jadi total pembayaran cicilan untuk pilihan kedua adalah

$$
\begin{aligned}
& 10(200) = 200j(1+2+...+10) \\
= \; & 2000 + 200j(55) \\
= \; & 2000 + 11000j
\end{aligned}
$$

Karena total pembayaran cicilan untuk pilihan (i) dan (ii) adalah sama, maka:

$$\begin{aligned} 2990 &= 2000 + 11000j \\ j &= \frac{990}{11000} \\ &= 0,09 \\ &\approx 9\% \end{aligned}$$

Jawab: B.

11. Brenda mengumpulkan uang dengan menabung di setiap awal bulan selama 6 tahun. Brenda menabung sebesar 50 untuk 2 (dua) tahun pertama, 100 untuk 2 (dua) tahun berikutnya dan 150 untuk dua tahun terakhir. Di akhir tahun ke-7 jumlah tabungannya berjumlah 10.000. Jika diasumsikan tingkat bunga efektif tahunan adalah i dan tingkat bunga efektif bulanan adalah j, persamaan manakah berikut ini yang menunjukkan nilai persamaan dari tabungan Brenda?

    A. 24 $\ddot{s}_{\overline{24}|i}$ (1 + i)[(1 + i) 4 + 2(1 + i) 2 + 3] = 200

    B. 24 $\ddot{s}_{\overline{24}|i}$ (1 + j)[(1 + j) 4 + 2(1 + j) 2 + 3] = 200

    C. 24 $\ddot{s}_{\overline{24}|i}$ (1 + i)[(1 + i) 4 + 2(1 + i) 2 + 3] = 200

    D. 24 $\ddot{s}_{\overline{24}|i}$ (1 + i)[(1 + i) 4 + 2(1 + i) 2 + 3] = 200

    E. 24 $\ddot{s}_{\overline{24}|i}$ (1 + j)[(1 + j) 4 + 2(1 + j) 2 + 3] = 200

    Pembahasan:

    $$\begin{aligned} 10.000 &= 50\ddot{s}_{\overline{24}|j}(1+i)^5 + 100\ddot{s}_{\overline{24}|j}(1+i)^3 + 150\ddot{s}_{\overline{24}|j}(1+i) \\ 10.000 &= 50\ddot{s}_{\overline{24}|j}(1+i)\left[(1+i)^4 + 2(1+i)^2 + 3\right] \\ 200 &= \ddot{s}_{\overline{24}|j}(1+i)\left[(1+i)^4 + 2(1+i)^2 + 3\right] \end{aligned}$$

    Jawab: C.

12. Suatu Bank menawarkan pilihan untuk beberapa jenis sertifikat deposito seperti pada tabel berikut ini:

Jangka waktu (dalam tahun)	Tingkat bunga nominal tahunan yang dikonversikan secara kuartalan
1	4,00%
3	5,00%
5	5,65%

Sertifikat akan jatuh tempo di setiap akhir jangka waktu dan Bank tidak mengijinkan pengambilan dana sebelum jatuh tempo. Dalam enam tahun berikutnya Bank akan mulai melanjutkan untuk menawarkan sertifikat deposito dengan jangka waktu dan tingkat bunga yang sama Bapak Andi memulai deposito sebesar 10.000 di Bank tersebut dan akan menebus depositonya baik modal dan hasilnya diakhir tahun ke-6. Hitunglah tingkat bunga tahunan efektif maksimum yang dapat diterima Bapak Andi selama periode 6 tahun! (pembulatan terdekat)

A. 5,09%

B. 5,22%

C. 5,35%

D. 5,48%

E. 5.61%

Pembahasan:

Strategi investasi yang menghasilkan keuntungan maksimum selama 6 tahun adalah investasi pada sertifikat deposito dengan jangka waktu 5 tahun, lalu diinvestasikan kembali pada sertifikat deposito dengan jangka waktu 1 tahun. FV pada akhir tahun ke 6 adalah $10.000(1 + 0,014125)^{20}(1 + 0,01)^4 = 13.775,7507$.

$FV = 10.000(1 + i)^6$ dengan i adalah bunga tahunan efektif

$13.775,7507 = 10.000(1 + i)^6$

$$\begin{aligned} i &= (1,37757507)^{\frac{1}{6}} - 1 \\ &= 0,05484 \\ &\approx 0,0548 \\ &\approx 5,48\% \end{aligned}$$

Jawab: D.

13. Suatu perusahaan harus membayar kewajibannya sebesar 1.000 dan 2.000 diakhir tahun ke-1 dan tahun ke-2 secara berturut-turut. Investasi yang memungkinkan bagi perusahaan tersebut adalah 2 (dua) jenis obligasi dengan kupon nil (zero coupon) seperti pada tabel berikut ini :

Jatuh tempo (tahun)	Tingkat bunga tahunan efektif	Nilai Par
1	10%	1.000
2	12%	1.000

Berapakah harga yang harus perusahaan bayarkan saat ini agar bisa memenuhi kewajibannya secara tepat? (pembulatan terdekat)

A. 2.007

B. 2.259

C. 2.503

D. 2.756

E. 3.001

Pembahasan:

Harga yang harus dibayar oleh perusahaan sama dengan harga beli dari *one year zero coupon bond* dan dua buah *two year zero coupon bond*, yaitu :

$$\begin{aligned} P &= \frac{1000}{1,1} + 2\frac{1000}{(1,12)^2} \\ &= 2503,478664 \\ &\approx 2503 \end{aligned}$$

Jawab: C.

14. Mr. Smith meminjam uang dengan tingkat bunga tahunan efektif sebesar 5% dan akan membayarkan pokok dan bunga pinjaman secara sekaligus di akhir tahun ke-10. Mr. Smith menggunakan uang yang dipinjamnya untuk membeli obligasi 10 tahun dengan nilai par 1.000 dan kupon semesteran sebesar 8% yang dibeli dengan tingkat hasil sebesar 6% dikonversi secara semesteran. Semua kupon diinvestasikan kembali pada tingkat bunga nominal sebesar 4% yang dikonversi secara semesteran. Hitunglah keuntungan bersih yang

diperoleh oleh Mr.Smith di akhir tahun ke-10 setelah pinjaman dikembalikan! (pembulatan terdekat)

A. 96

B. 101

C. 106

D. 111

E. 116

Pembahasan:

Jumlah uang yang dipinjam adalah sama dengan harga obligasi, yaitu:

$1000(1,03)^{-20} + 40a_{\overline{20}|0,03} = 1148,77$

Maka jumlah total pokok dan bunga pinjaman yang akan dibayarkan di akhir tahun ke-10 adalah : $1148,77 = (1,05)^{10} = 1871,23$

Semua kupon diinvestasikan kembali pada tingkat bunga nominal sebesar 4% sehingga akumulasi dari kupon tersebut adalah sebesar : $40s_{\overline{20}|0,02} = 971,89$

Di akhir tahun ke-10, Mr. Smith akan menerima 1000 (dari nilai par obligasi) dari 971,89 dari akumulasi kupon, dan harus membayar total pinjaman senilai 1871,23 di akhir tahun ke-10.

Dengan demikian, keuntungan bersih yang diperoleh adalah sebesar $1000 + 971,89 - 1871,23 = 100,66 \approx 101$

Jawab: B.

15. Doni membeli perpetuitas segera (due perpetuity) dengan harga 3.250 dan mendapatkan pembayaran tahunan sebesar 130. Pada harga dan tingkat bunga yang sama, Dina membeli anuitas segera (due annuity) dan mendapatkan pembayaran tahunan selama 20 tahun yang dimulai di nilai P dan naik sebesar 15 setiap tahunnya Hitunglah nilai P! (pembulatan terdekat)

A. 90

B. 116

C. 131

D. 176

E. 239

Pembahasan:

Misalkan tingkat suku bunga yang digunakan adalah i, maka:

(i) Doni : $3250 = 130a_{\overline{\infty|}} = 130(1 + a_{\overline{\infty|}}) = 130\left(1 + \frac{1}{i}\right)$
$i = \frac{1}{\frac{3250}{130} - 1} = \frac{1}{24} = 0,0417$

(ii) Anuitas yang dibeli oleh Dina adalah :

$$\begin{aligned}
3250 &= P\ddot{a}_{\overline{20}|i} + 15(Ia)\overline{19}|i \\
\Leftrightarrow 3250 &= P\ddot{a}_{\overline{20}|i} + 15\left(\frac{a_{\overline{19}|i} - 19v^{19}}{i}\right)
\end{aligned}$$

dimana,

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{\overline{20}|} &= \frac{1 - v^{20}}{d} = \frac{1 - (1,0417)^{-20}}{\frac{0,0417}{1,0417}} = 13,9462984 \\
\ddot{a}_{\overline{19}|} &= \frac{1 - v^{19}}{d} = \frac{1 - (1,0417)^{-19}}{\frac{0,0417}{1,0417}} = 13,486159
\end{aligned}$$

Dengan demikian kita peroleh :

$$\begin{aligned}
3250 &= P(13,9462984) + 15\left(\frac{13,486159 - 19(1,0417)^{-19}}{0,0417}\right) \\
3250 &= P(13,9462984) + 1706,299 \\
\Rightarrow P &= 110,6889
\end{aligned}$$

Tidak ada jawaban yang memenuhi

Jawab: Soal dianulir.

16. Pembayaran sebesar X dilakukan di awal tahun setiap tahunnya selama 20 tahun. Pembayaran tersebut menghasilkan bunga di setiap akhir tahun pada tingkat bunga efektif tahunan 8%. Bunga diinvestasikan segera pada tingkat bunga efektif tahunan 6%. Di akhir

tahun-ke-20, nilai akumulasi dari 20 kali pembayaran dan bunga yang diinvestasikan adalah sebesar 5.600. Hitunglah nilai X! (pembulatan terdekat)

A. 121,67

B. 123,56

C. 125,72

D. 127,18

E. 128,50

Pembahasan:

$x \quad x+0,08x \quad x+0,16x \quad x+0,24x \qquad x+1,52x \quad x+1,6x$ (payment)

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \ldots \quad 19 \quad 20$

Bunga yang dihasilkan atas pembayaran sebesar x di awal tahun adalah $0,08x$ (diterima di akhir tahun). Karena pembayaran dilakukan setiap tahun, maka bunga yang diperoleh juga meningkat tiap tahunnya, masing-masing sebesar $0,08x; 0,16x; ..., 1,6x$ di akhir tahun $1, 2, ...,$ sampai 20. Pada akhir tahun ke-20, nilai akumulasi dari 20 pembayaran dan bunga diinvestasikan adalah

$$\begin{aligned}
5600 &= 20x + 0,08x(Is)\overline{20|}0,6 \\
&= 20x + 0,08x\left(\frac{\ddot{s}_{\overline{20|}0,06} - 20}{0,06}\right) \\
&= 45,3236x \\
x &= \frac{5600}{45,3236} \\
&= 123,55594 \\
&\approx 123,56
\end{aligned}$$

Jawab: B.

17. Berikut ini adalah struktur jangka waktu dari spot interest rate: Suatu anuitas segera 3 tahun akan segera dikeluarkan satu tahun dari sekarang dengan pembayaran tahunan sebesar 5.000. Dengan menggunakan forward rates, hitunglah nilai sekarang (PV) dari anuitas tersebut satu tahun dari sekarang! (pembulatan terdekat)

Jangka waktu (dalam tahun)	Spot interest rate
1	5,00 %
2	5,75 %
3	6,25 %
4	6,50 %

A. 13.094

B. 13.153

C. 13.296

D. 13.321

E. 13.401

Pembahasan:

Dari tabel tersebut diperoleh

- $f[0,1] = S_1 = 5\% = 0,05$
- $f[1,2] = \frac{(1{,}0575)^2}{(1{,}05)} - 1 = 0,0650536$
- $f[2,3] = \frac{(1{,}0625)^3}{(1{,}0575)^2} - 1 = 0,072571$
- $f[3,4] = \frac{(1{,}065)^4}{(1{,}06251)^3} - 1 = 0,07253535$

PV dari annuitas adalah :

$$
\begin{aligned}
PV &= \frac{5000}{1+f[1,2]} + \frac{5000}{(1+f[1,2])(1+f[2,3])} + \frac{5000}{(1+f[1,2])(1+f[2,3])(1+f[3,4])} \\
&= \frac{5000}{1,0650536} + \frac{5000}{(1,0650536)(1,072571)} + \frac{5000}{(1,0650536)(1,072571)(1,07253535)} \\
&= 13.152,50476 \\
&\approx 13.153
\end{aligned}
$$

Jawab: B.

18. Dhanin membeli obligasi 10 tahun dengan nilai par 1.000 dan kupon semesteran sebesar 9%, pada harga 925. Dhanin menginvestasikan kupon yang diperoleh pada tingkat bunga nominal 7% yang dikonversi secara semesteran. Hitunglah tingkat bunga nominal yang

dikonversi secara semesteran yang diperoleh Dhanin selama periode 10 tahun! (pembulatan terdekat)

A. 7,6%

B. 8,1%

C. 9,2%

D. 9,4%

E. 10,2%

Pembahasan:

Diketahui:

Besar kupon tiap semester = 45

Tingkat bunga per semester = 3,5%

Di akhir tahun ke-10, Dhanin akan menerima nilai per obligasi tersebut, yaitu sebesar 1000, ditambah akumulasi dari kupon yang diinvestasikan.

Jadi Dhanin memperoleh :

$$1000 + 45s_{\overline{20}|0,035} = 1000 + 1272,59 = 2272,59$$

Maka dengan investasi awal sebesar 925 (harga obligasi), setelah 10 tahun Dhanin akan memperoleh 2272,59.

Misalkan $i^{(2)}$ menyatakan tingkat bunga nominal yang dikonversikan secara semesteran yang diperoleh Dhanin selama kurun waktu 10 tahun, maka kita peroleh :

$$\begin{aligned}
925\left(1+\frac{i^2}{2}\right)^{20} &= 2272,59 \\
\Leftrightarrow i^{(2)} &= 2\left[\left(\frac{2272,59}{925}\right)^{\frac{1}{20}} - 1\right] \\
&= 0,0919387 \\
&\approx 0,092 \\
&\approx 9,2\%
\end{aligned}$$

Jawab: C.

19. Suatu pinjaman dibayarkan kembali dengan pembayaran tahunan yang tetap setiap tahunnya pada tingkat bunga tahunan efektif sebesar 7%. Pembayaran ke-8 terdiri dari principal (modal) sebesar 211 dan bunga sebesar 789. Hitunglah besar bunga yang dibayarkan pada pembayaran ke18 ! (pembulatan terdekat)

    A. 415

    B. 444

    C. 556

    D. 585

    E. 612

Pembahasan:

Diketahui :

$P_8 = 211; I_8 = 789$ dan $i = 7\%$

Diperoleh :

$P_8 = P_8 + I_8 = 1000$

$I_8 + iB_7 \Rightarrow B_7 = \frac{I_8}{i} = \frac{789}{0{,}07} = 11.271,42857$

$$\begin{aligned} B_7 &= \frac{1 - v^{n-7}}{i} \\ 11.271,42857 &= 1000\left(\frac{1-(1,07)^{7-n}}{0,07}\right) \end{aligned}$$

Kemudian,

$$\begin{aligned} 1-(1,07)^{7-n} &= 0,789 \\ 1-0,789 &= (1,07)^{7-n} \\ 0,211 &= (1,07)^{7-n} \\ 7-n &= \frac{ln(0,211)}{ln(1,07)} \\ n &= 7 - \frac{ln(0,211)}{ln(1,07)} \\ &= 29,996 \\ &\approx 30 \end{aligned}$$

Dengan demikian didapatkan,

$$\begin{aligned}
I_t &= R(1 - v^{n-t+1}) \\
I_{18} &= R(1 - v^{30-18+1}) \\
&= R(1 - v^{13}) \\
&= 1000(1 - (1,07)^{-13}) \\
&= 585,035 \\
&\approx 585
\end{aligned}$$

Jawab: D.

20. Dividen dari suatu saham biasa (common stock) diharapkan dibayarkan sebesar 1 di setiap akhir tahun untuk 5 tahun ke depan dan sebesar 2 untuk setiap tahun di pada 5 tahun berikutnya Dividen pada tahun-tahunnya berikutnya diharapkan bertambah sebesar 2% setiap tahunnya. Jika diasumsikan tingkat bunga efektif tahunan adalah sebesar 6%, hitunglah harga dari saham tersebut!

    A. 29

    B. 33

    C. 37

    D. 39

    E. 41

    Pembahasan:

    Diketahui :

    $i = 6\%, k = 2\%$, dan $a_{\overline{5}|i} = 4,212363786$

$$\begin{aligned}
PV &= 1a_{\overline{5}|i} + 2a_{\overline{5}|i}(1,06)^{-5} + \frac{2(1,02)}{0,06 - 0,02}(1,06)^{-10} \\
&= 39,291 \\
&\approx 39
\end{aligned}$$

    Jawab: D.

21. Nilai sekarang dari anuitas segera (due annuity) 25 tahun dengan pembayaran pertama sebesar 2.500 dan menurun sebesar 100 setiap tahunnya adalah Y. Jika diasumsikan tingkat bunga efektif tahunan adalah 10%, hitunglah nilai dari Y! (pembulatan terdekat)

    A. 11.346

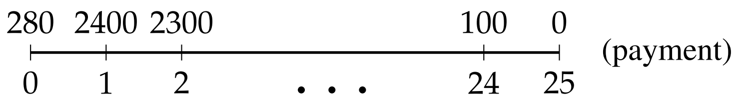
    B. 13.615

    C. 15.923

    D. 17.396

    E. 18.112

    Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
PV &= 100(D\ddot{a})\overline{25}|i \\
&= (1,1)(100(D\ddot{a})\overline{25}|i) \\
&= (1,1)(100\frac{25 - a_{\overline{25}|0,1}}{0,1}) \\
&= (1,1)(15922,95998) \\
&= 17515,26
\end{aligned}
$$

    Tidak ada jawaban yang memenuhi

    Jawab: Soal dianulir.

22. Diketahui Informasi mengenai akun investasi adalah seperti pada tabel berikut :

Tanggal	Nilai sesaat sebelum melakukan deposit	Nilai Deposit
1 Januari	10	
1 Juli	12	X
31 Desember	X	

    Jika nilai dari time weighted return adalah 0%, dan dollar weighted (money weighted) return selama satu tahun adalah y, hitunglah nilai dari y (pembulatan terdekat)

A. -25%

B. -10%

C. 0%

D. 10%

E. 25%

Pembahasan:

Dengan menggunakan metode TWYR diperoleh:

$$\begin{aligned} 1+i &= \frac{12}{10}\left(\frac{x}{12+x}\right) \\ i=0\% \Rightarrow 1 &= \frac{12x}{120+10x} \\ 120+10x &= 12x \\ 120 &= 2x \\ x &= 60 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode DWYR diperoleh:

$$10(1+y)+60(1+y)^{\frac{1}{2}}=60$$

Nilai y yang memenuhi persamaan di atas adalah -25%. Dengan demikian return selama satu tahun dengan menggunakan metode DWYR adalah $y=-25\%$

Jawab: A.

23. Shelly meminjam uang sebesar selama 4 tahun pada tingkat bunga efektif tahunan 8%, dan harus dikembalikan dengan jumlah pembayaran yang sama setiap tahunnya di setiap akhir tahun. Sisa pinjaman di akhir tahun ketiga adalah 559,12. Hitunglah berapa principal (modal) yang dibayarkan di pembayaran pertama! (pembulatan terdekat)

    A. 444

    B. 454

C. 464

D. 474

E. 484

Pembahasan:

Diketahui:

$i = 8\%$ dan $B_3 = 559,12$

$$\begin{aligned}
B_3 &= Ra_{\overline{1}|i} = RV \\
559,12 &= \frac{R}{(1,08)} \\
\Rightarrow R &= (559,12)(1,08) \\
&= 603,8496
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0 &= Ra_{\overline{4}|i} = 603,8496 a_{\overline{4}|} = 2000 \\
I_1 &= iB_0 = (0,08)(2000) = 160 \\
P_1 &= R_1 - I_1 = 603,8496 - 160 = 443,8496 \approx 444
\end{aligned}$$

Jawab: A.

24. Bonnie membeli obligasi 10 tahun dengan nilai par 1.000 dan kupon semesteran sebesar 6%. Harga dari obligasi tersebut dihitung dengan asumsi tingkat bunga nominal sebesar 6%, yang diakumulasikan (compounded) secara semesteran. Bonnie memutuskan untuk menginvestasikan kupon yang diterimanya pada suatu tabungan dengan tingkat bunga efektif tahunan sebesar i. Pada akhir tahun ke-10, sesaat setelah Bonnie menerima pembayaran kupon terakhir dan nilai penebusan dari obligasi tersebut, Bonnie mendapatkan tingkat bunga efektif tahunan sebesar 7% untuk investasinya tersebut. Hitunglah nilai ! (pembulatan terdekat)

    A. 9,50%

    B. 9,75%

C. 10,00%

D. 10,25%

E. 10,50%

Pembahasan:

AV milik Bonnie pada akhir tahun ke-10 adalah AV dari kupon ditambah dengan 1000, yaitu

$AV = 30s_{\overline{20|}j} + 1000$, dimana

$$\begin{aligned} (1+j)^2 &= 1+i \\ \Rightarrow j &= (1+i)^{\frac{1}{2}} - 1\text{j adalah effective semi annual rate} \end{aligned}$$

Karena diasumsikan harga dari obligasi dihitung dengan tingkat bunga nominal 6% compounded semiannually, dan coupon rate obigasi tsb pada nilai par, yaitu 1000.

Dengan demikian kita bisa tuliskan AV pada tahun 10 menjadi :

$$\begin{aligned} 1000(1,07)^{10} &= 30s_{\overline{20|}j} + 1000 \\ s_{\overline{20|}j} &= 32,2384 \text{dan} j = 4,7597\% \\ \Rightarrow i &= (1+j)^2 - 1 \\ &= (1,047597)^2 - 1 \\ &= 0,097447 \\ &\approx 0,0975 \\ &= 9,75\% \end{aligned}$$

Jawab: B.

25. Mr. Joe berusia 40 tahun hari ini dan beliau berharap mendapatkan tambahan pendapatan uang pensiun sebesar 3.000 pada tiap awal bulan yang dimulai pada ulang tahunnya yang ke-65. Mulai hari ini beliau menabung setiap bulannya sebesar X di suatu instrumen investasi selama 25 tahun. Investasi tersebut memberikan tingkat bunga nominal sebesar 8% yang

diakumulasikan (compounded) secara bulanan. Dimulai pada ulang tahunnya yang ke-65, setiap 1.000 dari dana yang dimilikinya akan memberikan sebesar 9,65 sebagai pendapatan di awal bulan yang segera dimulai saat itu dan berlangsung seumur hidup. Hitunglah berapa X! (pembulatan terdekat)

A. 324,73

B. 326,89

C. 328,12

D. 355,45

E. 450,65

Pembahasan:
Setiap 1000 dari dana yang dimiliki Mr. Joe akan memberikan pendapatan sebesar 9,65 di awal bulan. Maka untuk mendapatkan tambahan pendapatan sebesar 3000 tiap bulan, diperlukan dana sebesar :

$$\frac{3000}{9,65}x1000 = 310.880,829 \approx 310.880$$

Dana sebesar 310.881 adalah jumlah tabungan Mr. Joe (yang saat ini berusia 40 tahun) pada ulang tahunnya yang ke-65. Untuk mendapatkan jumlah tersebut, Mr. Joe menabung sebesar X setiap bulannya selama 25 tahun (total adalah 300 bulan), dengan tingkat bunga nominal sebesar 8% yang diakumulasikan (compounded) secara bulanan. Tingkat bunga nominal tiap bulan adalah $i = \frac{i^{12}}{12} = \frac{0,08}{12} = 0,006667$
Jadi, kita peroleh persamaan berikut :

$$\begin{aligned} 310.881 &= X\ddot{s}_{\overline{300|}0,006667} \\ 310.881 &= X(957,4291242) \\ \Rightarrow x &= \frac{310.881}{957,4291242} \\ &= 324,73 \end{aligned}$$

Jawab: A.

26. Mrs. Happy berencana untuk menyediakan uang sebesar 50.000 pada setiap ulang tahun putrinya yang ke-18, 19, 20 dan 21 sebagai persiapan biaya kuliah, yaitu dengan cara menyisihkan uang sebesar pada saat putrinya berulang tahun yang ke-1 sampai dengan yang ke-17 sebagai tabungan untuk dana tersebut di atas. Jika diasumsikan tingkat bunga efektif tahunan adalah tetap sebesar 5% dan tingkat bunga yang digunakan adalah tingkat bunga majemuk, persamaan manakah berikut ini yang dapat digunakan untuk menyatakan Y?

    A. $Y[v^1_{0.05} + v^2_{0.05} + ... + v^{17}_{0.05}] = 50.000[v^1_{0.05} + ... + v^4_{0.05}]$

    B. $Y[(1.05)^{16} + (1.05)^{15} + ... + (1.05)^1] = 50.000[1 + ... + v^3_{0.05}]$

    C. $Y[(1.05)^{17} + (1.05)^{16} + ... + 1] = 50.000[1 + ... + v^3_{0.05}]$

    D. $Y[(1.05)^{17} + (1.05)^{16} + ... + (1.05)^1] = 50.000[1 + ... + v^3_{0.05}]$

    E. $Y[1 + v^1_{0.05} + v^2_{0.05} + ... + v^{17}_{0.05}] = 50.000[v^{18}_{0.05} + ... + v^{22}_{0.05}]$

    Pembahasan:

    Stand point yang digunakan adalah saat putri dari Mrs. Happy berusia 18 tahun Accumulated Value dari uang sejumlah Y tiap akhir tahun ke-1 sampai tahun ke-17 sama dengan Present Value dari uang sejumlah 50.000 yang diperoleh pada tahun ke-18,19,20, dan 21. Dengan demikian kita peroleh persamaan

    $$Y(1,05 + (1,05)^2 + (1,05)^3 ... + (1,05)^{17}) = 50.000(1 + v_{0,05} + v^2_{0,05} + v^3_{0,05})$$

    Jawab: D.

27. Suatu obligasi sebesar 1.000 dengan kupon semesteran i(2) = 6% akan jatuh tempo di nilai par pada tanggal 15 Oktober 2020. Obligasi tersebut dibeli pada tanggal 28 Juni 2005 dengan tingkat bagi hasil ke investor sebesar j(2) = 7%. Jika diketahui informasi seperti pada tabel berikut:

Tanggal	Jumlah hari di tahun tsb
15 April	105
28 Juni	179
15 Oktober	288

    dan diasumsikan tingkat bunga yang digunakan adalah tingkat bunga sederhana antara tanggal kupon obligasi, berapakah harga beli dari obligasi tersebut? (pembulatan terdekat)

A. 906

B. 907

C. 908

D. 919

E. 925

Pembahasan:

Obligasi dengan kupon semesteran jatuh tempo pada tanggal 15 Oktober 2020. Karena kuponnya semesteran (semi-annual coupon), maka pembayaran kupon terjadi pada tanggal 15 April dan 15 Oktober setiap tahunnya.

Obligasi dibeli pada tanggal 15 April 2005telah dibayarkan, maka harga obligasi tersebut pada tanggal 15 April 2005 adalah :

$$\begin{aligned} 1000v^{31} + 30a_{\overline{31}|0,035} &= 1000(1,035)^{-31} + 30\left(\frac{1-(1,035)^{-31}}{0,035}\right) \\ &= 906,32 \end{aligned}$$

Berikutnya, kita akan menghitung harga obligasi pada tanggal 28 Juni 2005

$$t = \frac{179 - 105}{182,5} = \frac{74}{182,5}$$

catatan : besar t adalah dalam semesteran, sehingga penyebut dari t adalah $\frac{365}{2} = 182,5$

Dengan demikian, harga obligasi pada tanggal 28 Juni 2005 dengan tingkat bunga sederhana sebesar $3,5\%$ adalah

$$\begin{aligned} 906,32(1 + t(0,035)) &= 906,32\left(1 + \frac{74}{182,5}(0,035)\right) \\ &= 919,1822948 \\ &\approx 919 \end{aligned}$$

Jawab: D.

28. Diketahui tingkat diskonto nominal yang dikonversikan setiap bulan adalah 5,5% per tahun (*per annum convertible monthly*). Berapakah tingkat bunga efektif per tahun yang

sama (equivalent) dengan tingkat diskonto tersebut di atas? pilihlah jawaban yang paling mendekati.

A. 3,67%

B. 5,67%

C. 6,23%

D. 7,15%

E. 5,5%

Pembahasan:

Diketahui :

- $d^{(12)} = 5,5\% = 0,055$
- $m = 12$

$$\begin{aligned} 1 - d &= \left[1 - \left(\frac{d^{(m)}}{m}\right)\right]^m \\ 1 - d &= \left[1 - \left(\frac{0,055}{12}\right)\right]^{12} \\ 1 - d &= 0,946365493 \\ d &= 0,053634506 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i &= \frac{0,053634506}{1 - 0,053634506} \\ i &= 0,056674199 \cong 5,67\% \end{aligned}$$

Jawab: B.

29. Pada tingkat bunga majemuk (compound interest) yang tetap, Nilai 1 akan bertambah menjadi 3 dalam *a* tahun, nilai 3 akan bertambah menjadi 4 dalam *b* tahun dan nilai 4 akan bertambah menjadi 20 dalam *c* tahun. Jika nilai 8 akan bertambah menjadi 10 dalam *n* tahun, nyatakan *n* sebagai fungsi dari *a, b* dan *c*.

A. $n = a + b + c$

B. n = a - b + c

C. n = c - b - a

D. n = c - $2a$ - b

E. n = $5c$ - b - a

Pembahasan:

Diketahui bahwa :

$$\begin{aligned} 3 = 1(1+i)^a &\rightarrow 3 = (1+i)^a \\ 4 = 3(1+i)^b &\rightarrow 4 = (1+i)^a(1+i)^b \\ 20 = 4(1+i)^c &\rightarrow 20 = (1+i)^a(1+i)^b(1+i)^c \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh :

$$\begin{aligned} 10 &= 8(1+i)^n \\ \frac{10}{8} &= (1+i)^n \\ \frac{10}{8} = \frac{80}{64} &= (1+i)^n \\ \frac{20(4)}{4^4} &= (1+i)^n \\ \frac{(1+i)^a(1+i)^b(1+i)^c(1+i)^a(1+i)^b}{(1+i)^{3a}(1+i)^{3b}} &= (1+i)^n \\ (1+i)^{c-b-a} &= (1+i)^n \\ \rightarrow n = c-b-a & \end{aligned}$$

Jawab: C.

30. Tingkat bunga efektif tahunan obligasi zero coupon (kupon nol) dengan jangka waktu 2 tahun adalah 7%. Sementara tingkat bunga efektif tahunan obligasi zero coupon (kupon nol) berjangka waktu 1 tahun adalah 6%. Berapakah ekspektasi tingkat bunga 1 tahun untuk instrumen investasi yang diterbitkan 2 tahun dari sekarang? (pembulatan terdekat)

A. 7,5%

B. 8,0%

C. 9,1%

D. 11,8%

E. 12,3%

Pembahasan:

Diketahui :

$S_2 = 7\%$ dan $S_1 = 6\%$

$$\begin{aligned}
(1+S_2)^2 &= (1+S_1)((1+f_{[1,2]})) \\
(1,07)^2 &= (1,06)((1+f_{[1,2]})) \\
f_{[1,2]} &= \frac{(1,07)^2}{1,06} - 1 \\
&= 0,08009 \\
&\approx 0,08 \\
&= 8\%
\end{aligned}$$

Jawab: B.

BAB 4

PEMBAHASAN A10 NOVEMBER 2015

1. Connie menabung sebesar 100 pada suatu bank di awal setiap 4 tahun selama 40 tahun. Bunga tabungan diperoleh pada tingkat bunga efektif tahunan sebesar i. Nilai tabungan Connie di akhir tahun ke-40 adalah X, yang merupakan 5 kali dari nilai tabungannya di akhir tahun ke-20. Berapakah nilai dari X (pembulatan terdekat)?

   a. 4.695

   b. 5.070

   c. 5.445

   d. 5.820

   e. 6.195

   Pembahasan:

   Misalkan tingkat bunga per 4 tahun dinotasikan dengan t^* di mana $i^* = (1+i)^4 - 1$. Diketahui bahwa nilai tabungan Connie pada akhir tahun ke-40 sama dengan 5 kali dari nilai tabungan di akhir tahun ke-20. Dengan demikian diperoleh :

$$\begin{aligned}
A(40) &= 5A(20) \\
100\ddot{s}_{\overline{10}|i^*} &= 5(100)\ddot{s}_{\overline{5}|i^*} \\
\left[\frac{(1+i^*)^{10}-1}{\frac{i^*}{1+i^*}}\right] &= 5\left[\frac{(1+i^*)^{5}-1}{\frac{i^*}{1+i^*}}\right] \\
(1+i^*)^{10}-1 &= 5(1+i^*)^5 - 5 \\
(1+i^*)^{10} - 5(1+i^*)^5 + 4 &= 0.
\end{aligned}$$

Misalkan $(1+i^*) = t$, maka kita bisa tuliskan kembali persamaan di atas menjadi

$$
\begin{aligned}
t^2 - 5t + 4 =& 0 \\
(t-4)(t-1) =& 0
\end{aligned}
$$

Dapatkan $t = 4$ atau $t = 1$.

Catat bahwa $t = 1$ tidak memenuhi. Jadi kita peroleh

$$
\begin{aligned}
(1+i^*)^5 =& 4 \\
i^* =& 4^{1/5} - 1 \\
i^* =& 0,3195
\end{aligned}
$$

Dari sini kita dapatkan nilai X, yaitu :

$$
\begin{aligned}
X =& 100\ddot{s}_{\overline{10}|i^*} \\
=& 100 \left[\frac{(1,3195)^{10} - 1}{\frac{0,3195}{1,3195}} \right] \\
=& 6.194,44 \\
\approx& 6.195
\end{aligned}
$$

Jawab: E.

2. Jessica menginvestasikan dana sebesar 3.400 pada bank A yang berkembang dengan fungsi akumulasi $a(t) = 1.05^t$. Di waktu yang sama, Ron menginvestasikan dana sebesar 4.200 pada bank B dimana uangnya berakumulasi dengan mengikuti fungsi akumulasi $a(t) = 1.04^t$. Carilah t dimana nilai akumulasi dana Jessica dan Ron adalah sama (pembulatan terdekat).

   a. 21

   b. 22

   c. 18

   d. 19

e. 20

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
\text{Jumlah dana Jessica pada waktu ke} - \text{t} &= \text{Jumlah dana Ron pada waktu ke} - \text{t} \\
3.400(1,05)^t &= 4.200(1,04)^t \\
\left(\frac{1,05}{1,04}\right)^t &= \frac{4.200}{3.400} \\
t \ln\left(\frac{1,05}{1,04}\right) &= \ln\left(\frac{42}{34}\right) \\
t &= \frac{\ln\left(\frac{42}{34}\right)}{\ln\left(\frac{1,05}{1,04}\right)} \\
t &= 22,081 \\
t &\approx 22
\end{aligned}
$$

Jadi, $t = 22$.

Jawab: B.

3. Jika diketahui :

   - Dana A diinvestasikan pada tingkat bunga efektif tahunan $4,5\%$,
   - Dana B diinvestasikan pada tingkat bunga efektif tahunan $6,7\%$,
   - Diakhir tahun ke-7, jumlah dana A dan B adalah sama sebesar 5.500.

   Berapakan selisih absolut dana A dan B diakhir tahun ke-13 (pembulatan terdekat)?

   a. $953,70$

   b. $874,25$

   c. $753,26$

   d. $1.021,30$

   e. $845,60$

   Pembahasan:

   Misalkan jumlah dana awal $A = X$ dan jumlah dana awal $B = Y$. Pada akhir tahun ke-7 diperoleh :

   - Dana A :

$$
\begin{aligned}
5.500 &= X(1,045)^7 \\
X &= \frac{5.500^{\,7}}{1,045} \\
&= 4.041,5565
\end{aligned}
$$

   - Dana B :

$$
\begin{aligned}
5.500 &= Y(1,067)^7 \\
Y &= \frac{5.500}{(1,067)^7} \\
&= 3.494,106
\end{aligned}
$$

   Berdasarkan perhitungan di atas, dapat diperoleh jumlah dana dari A dan B pada akhir tahun ke-13, di mana masing-masing dinotasikan dengan $A(13)$ dan $B(13)$, adalah

- Dana A :

$$A(13) = 4.041,5565(1,045)^{13} = 7.612,430656$$

- Dana B :

$$B(13) = 3.493,134158(1,067)^{13} = 8.116,134158$$

Artinya, selisih kedua dana adalah $8.116,134 - 7.612,430 = 953,703 \approx 953,70$.
Jawab: A.

4. Bank A menawarkan tingkat bunga nominal 7% yang dikonversikan secara bulanan untuk depositonya. Manager di Bank B membuat suatu program, yaitu memberikan tambahan $0,6\%$ dari tingkat bunga efektif yang ditawarkan oleh Bank A agar dapatmenarik nasabah untuk menyimpan deposito dibanknya. Dengan nilai yang sama seperti program tersebut, Manager Bank B menawarkan tingkat bunga nominal sebesar k yang diakumulasikan (*compounded*) secara semesteran. Berapakah nilai dari k (pembulatan terdekat)?
a. $8,12\%$
b. $7,68\%$
c. $8,21\%$
d. $7,54\%$
e. $8,52\%$

Pembahasan:

- Tingkat bunga efektif Bank A :

$$\begin{aligned} i_A &= \left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} - 1 \\ &= \left(1 + \frac{0,07}{12}\right)^{12} - 1 \\ &= 0,07229 \end{aligned}$$

- Tingkat bunga efektif Bank B :

$$\begin{aligned} i_B &= i_A + 0,6\% \\ &= 0,07229 + 0,006 \\ &= 0,07829 \end{aligned}$$

Berikutnya akan dihitung tingkat bunga nominal yang dikonversikan semesteran sebesar k, yaitu :

$$\begin{aligned} \left(1+\frac{k}{2}\right)^2 &= 1 + i_B \\ k &= 2\left[(1+i_B)^{1/2} - 1\right] \\ &= 2\left[(1,07829)^{1/2} - 1\right] \\ &= 0,076815 \\ &\approx 0,0768 \\ &= 7,68\% \end{aligned}$$

Jawab: B.

5. Ken membeli suatu anuitas yang membayarkan sebesar 60 disetiap akhir bulan, dimulai pada tanggal 30 September 2009. Pembayaran anuitas menurun menjadi 45 per bulannya, dimulai sejak pembayaran ke-11. Jika diketahui tingkat bunga efektif tahunan adalah 6%, berapakah *Present Value* (nilai sekarang) dari anuitas tersebut jika pembayaran terakhir dari anuitas tersebut adalah pada tanggal 31 Mei 2015(pembulatan terdekat)?
   a. 2.654
   b. 2.782
   c. 2.684
   d. 2.752
   e. 2.778

   Pembahasan:

Diketahui :

$$
\begin{aligned}
i &= \frac{i^{(12)}}{12} \\
&= (1,06)^{1/12} - 1 \\
&= 0,00486755
\end{aligned}
$$

Total ada 10 pembayaran sebesar 60 per bulan dan diikuti oleh 59 pembayaran sebesar 45 per bulan. *Present value* (PV) dari anuitas adalah :

$$
\begin{aligned}
PV &= 60a_{\overline{10}|i^*} + 45a_{\overline{59}|i^*}(1+i^*)^{-10} \\
&= 60\left(\frac{1-(1,00486755)^{-10}}{0,00486755}\right) + 45\left(\frac{1-(1,00486755)^{-59}}{0,00486755}\right)(1,00486755)^{-10} \\
&= 2.778,0368145 \\
&\approx 2.778
\end{aligned}
$$

Jawab: E.

6. Suatu perpetuitas membayarkan 100 disetiap akhir tahun. Setelah akhir tahun ke-5, perpetuitas tersebut diubah menjadi anuitas akhir selama 25 tahun yang akan membayarkan sebesar diakhir tahun pertama dan meningkat 8% setiap tahunnya. Jika diketahui tingkat bunga efektif tahunan adalah 8%, hitunglah berapa nilai dari (pembulatan terdekat)!

   a. 54

   b. 64

   c. 74

   d. 84

   e. 94

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
\frac{100}{i} &= 100a_{\overline{5}|i} + (1,08)^{-5}x\left(\frac{1}{1,08} + \frac{1.08}{1,08^2} + ... + \frac{1,08^{24}}{1,08^{25}}\right)\\
\frac{100}{0,08} &= 100\left(\frac{1-1,08^{-5}}{0,08}\right) + 1,08^{-5}\frac{x}{1,08}\left(1_1 + 1_2 + ... + 1_{25}\right)\\
1.250 &= 399,271 + 25(1,08)^{-6}x\\
850,729 &= 15,75424x\\
x &= \frac{850,729}{15,75424}\\
&= 54
\end{aligned}$$

Jawab: A.

7. Suatu pembayaran dibuat ke bank A yang berkembang dengan fungsi kontinyu pada $(8k + tk)$,dimana $0 \leq t \leq 10$. Bunga yang diberikan oleh Bank A tersebut ada pada tingkat bunga (*force of interest*), $\delta_t = \frac{1}{8+t}$. Setelah $t = 10$, dana di bank A tersebut menjadi 20.000. Hitunglah berapa nilai k (pembulatan terdekat)?

   a. 111

   b. 116

   c. 121

   d. 126

   e. 131

Pembahasan:

Fungsi akumulasi dari dana di Bank A adalah

$$\begin{aligned} a(t) &= e^{\int_0^t \delta r\, dr} \\ &= e^{\int_0^t \frac{1}{8+r}\, dr} \\ &= e^{\ln(8+r)|_0^t} \\ &= \frac{8+t}{8} \end{aligned}$$

Oleh karena itu, didapatkan

$$\begin{aligned} 20.000 &= \int_0^{10} (8k+tk)\frac{a(10)}{a(t)}dt \\ 20.000 &= k\int_0^{10} (8k+tk)\frac{\frac{18}{8}}{\frac{8+t}{8}}dt \\ 20.000 &= k\int_0^{10} 18dt \\ 20.000 &= 180k \\ k &= 111,111 \\ k &\approx 111 \end{aligned}$$

Jawab: A.

8. Pada tanggal 1 Januari, suatu investasi dibuka dengan dana awal sebesar 5.000. Tidak lama kemudian, yaitu pada tanggal 1 Juli, dana tersebut berkembang menjadi 5.200 sehingga diinvestasikan dana baru sebesar 2.600. Tingkat bunga efektif tahunan untuk dana ini selama tahun berjalan adalah 9%. Hitunglah *time-weighted rate of return* di tahun tersebut (pembulatan terdekat)!

   a. $7,43\%$

   b. $9,00\%$

   c. $8,86\%$

   d. $9,17\%$

   e. $10,45\%$

Pembahasan:

Pada tanggal 1 Juli, setelah diinvestasikan dana baru, maka jumlah uang pada rekening tersebut menjadi 7.800. Pada akhir tahun (31 Desember), jumlah dana pada rekening tersebut adalah

$$5.000(1,09) + 2.600(1,09)^{1/3} = 8.164$$

TWYR di tahun tersebut adalah

$$\begin{aligned} j &= \left(\frac{5.200}{5.000}\right)\left(\frac{8.164,48}{7.800}\right) - 1 \\ &= 0,088597333 \\ &\approx 0,0886 \\ &= 8,86\% \end{aligned}$$

Jadi, *time weighted rate of return* di tahun tersebut adalah $8,86\%$.

Jawab: C.

9. Suatu organisasi memiliki dana sebesar 75 pada tanggal 1 Januari dan sebesar 60 pada tanggal 31 Desember. Diakhir setiap bulan selama tahun berjalan, organisasi tersebut mendapatkan dana sebesar 10 dari biaya keanggotaan. Diketahui terdapat penarikan sebesar 5 pada tanggal 28 Februari, sebesar 25 pada tanggal 30 Juni, sebesar 80 pada tanggal 15 Oktober dan sebesar 35 pada tanggal 31 Oktober. Hitunglah *dollar-weighted (money-weighted) rate of return* di tahun tersebut (pembulatan terdekat)!

   a. $9,5\%$

   b. $10,0\%$

   c. $10,5\%$

   d. $11,0\%$

   e. $11,5\%$

   Pembahasan:

   Diketahui :

   $A = 75$

   $B = 60$

$C = 12(10) - 5 - 25 - 80 - 35 = 120 - 145 = -25$

Dengan demikian diperoleh,

$$\begin{aligned} I &= B - A - C \\ &= 60 - 75 + 25 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= \sum C_t(1-t) \\ &= 10\left[\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + ... + \frac{11}{12}\right] - 5\left[\frac{10}{12}\right] - 25\left[\frac{6}{12}\right] - 80\left[\frac{5}{24}\right] - 35\left[\frac{2}{12}\right] \\ &= \frac{660}{12} - \frac{50}{12} - \frac{150}{12} - \frac{200}{12} - \frac{70}{12} \\ &= \frac{190}{12} \end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} i_{DW} &= \frac{I}{A+K} \\ &= \frac{10}{75 + \frac{190}{12}} \\ &= 0.1101 \\ &\approx 0.11 \\ &= 11\%. \end{aligned}$$

Jawab: D.

10. Suatu Dana Pensiun memberikan tingkat bunga nominal tahunan sebesar $4,2\%$ yang dikonversikan secara bulanan. Pada tanggal 1 Januari 2000, dana yang dimiliki Dana Pensiun tersebut adalah X, dan di setiap akhir kuartalnya Dana Pensiun tersebut mendapatkan setoran dana sebesar 100. Pada tanggal 1 Mei 2010, dana yang ada menjadi $1,9X$. Persamaan yang manakah berikut ini yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai X?

a. $\dfrac{1,9X}{1,0105^{124/3}} + \displaystyle\sum_{k=1}^{42} \frac{100}{1,0105^{k-1}} = X$

b. $X + \sum_{k=1}^{42} \frac{100}{1,0035^{3(k-1)}} = \frac{1,9X}{1,0035^{124}}$

c. $X + \sum_{k=1}^{41} \frac{100}{1,0035^{3k}} = \frac{1,9X}{1,0035^{124}}$

d. $X + \sum_{k=1}^{41} \frac{100}{1.0105^{k}} = \frac{1,9X}{1,0105^{124/3}}$

e. $X + \sum_{k=1}^{42} \frac{100}{1.0105^{k}} = \frac{1,9X}{1,0105^{124/3}}$

Pembahasan:

Pertama, tinjau tingkat bunga efektif yang digunakan adalah $i^* = 4,2\%/12 = 0,0035$. Kemudian, perhatikan *timeline* setoran dana dari dana pensiun berikut.

Bulan ke	Pembayaran ke	Bulan	Nominal
0	0	Januari 2000	X
3	1	April 2000	100
6	2	Juli 2000	100
9	3	Oktober 2000	100
12	4	Januari 2001	100
15	5	April 2001	100
18	6	Juli 2001	100
21	7	Oktober 2001	100
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
120	40	Januari 2010	100
123	41	April 2010	100

Sedangkan total dana pada bulan Mei 2010 (bulan ke 124) adalah $1,9X$. Artinya,

$$1,9Xv^{124} = X + \left[100v^3 + 100v^6 + \ldots + 100v^{123}\right]$$
$$\frac{1,9X}{1,0035^{124}} = X + \left[\frac{100}{1,0035^3} + \frac{100}{1,0035^6} + \ldots + \frac{100}{1,0035^{123}}\right]$$
$$\frac{1,9X}{1,0035^{124}} = X + \left[\sum_{k=1}^{41} \frac{100}{1,0035^{3k}}\right]$$

sehingga jawaban yang sesuai adalah :

$$X + \sum_{k=1}^{41} \frac{100}{1,0035^{3k}} = \frac{1,9X}{1,0035^{124}}$$

Jawab: C.

11. Berikut adalah informasi mengenai suatu pinjaman sebesar yang dibayarkan dengan cicilan sebanyak 16 kali pembayaran secara tahunan :

    i. Pembayaran pertama sebesar 2.000 dibayarkan satu tahun dari sekarang,

    ii. 7 (Tujuh) pembayaran selanjutnya 3% lebih besar dari pembayaran sebelumnya

    iii. Pembayaran ke-9 sampai dengan ke-16, setiap pembayaran 3% lebih kecil dari pembayaran sebelumnya

    iv. Pinjaman memberikan tingkat bunga efektif tahunan sebesar 7%.

    Hitunglah besar pinjaman tersebut (pembulatan terdekat)!

    a. 20.689

    b. 20.716

    c. 20.775

    d. 21.147

    e. 22.137

    Pembahasan:

    Pertama, tinjau bahwa nilai $i = 7\%$, sehingga bisa diperoleh $v = (1,07)^{-1}$. Lalu, tinjau *timeline* dari pembayaran diatas.

Tahun ke	Nominal
$1 - 8$	Pembayaran pertama sebesar 2.000 dan menjadi lebih besar 3% dari pembayaran pada tahun-tahun sebelumnya. Pada bagian ini, akan digunakan anuitas *geometric progression* dengan $r_1 = 3\%$. Artinya, pembayaran ke 8 adalah $2.000(1,03)^7 = 2.459,748$.
$9 - 16$	Lebih kecil 3% dari pembayaran pada tahun-tahun sebelumnya. Pada bagian ini, juga digunakan anuitas *geometric progression* dengan $r_2 = -3\%$. Artinya, pembayaran ke 9 adalah $2.459,748(0,97) = 2.385,955$.

sehingga, bisa diperoleh nilai kini dari pembayaran tersebut adalah :

$$\begin{aligned}
PV &= 2.000v + 2.000(1,03)v^2 + \ldots + 2.000(1,03)^7v^8 \\
&\quad + 2.000(1,03)^7(0,97)v^9 + \ldots + 2.000(1,03)^7(0,97)^8v^{16} \\
&= 2.000v\big[1 + 1,03v + (1,03v)^2 + \ldots + (1,03v)^7\big] \\
&\quad + 2.000(1,03)^7v^8\big[(0,97v) + \ldots + (0,97v)^8\big] \\
&= \frac{2.000}{1,07}\left[\frac{1-(1,03)^8(1,07)^{-8}}{1-(1,03)(1,07)^{-1}}\right] + \frac{2.000(1,03)^7}{(1,07)^8}\left[\frac{(0,97)(1,07)^{-1}\big[1-(0,97)^8(1,07)^{-8}\big]}{1-(0,97)(1,07)^{-1}}\right] \\
&\approx 20.689
\end{aligned}$$

Jawab: A.

12. Ani, Budi, dan Cherry masing masing meminjam uang sebesar 5.000 selama 5 tahun dengan tingkat bunga nominal tahunan 12% yang diakumulasikan (*compounded*) secara semesteran. Ani memilih untuk membayarkan bunga dan modal pinjamannya secara sekaligus diakhir tahun ke-5. Budi memilih agar bunganya dibayarkan secara semesteran (diakhir semester) dan modal pinjamannya dikembalikan diakhir tahun ke-5. Cherry memilih membayar pinjamannya secara cicilan disetiap akhir semester. Hitunglah total bunga dari pinjaman Ani, Budi dan Cherry (pembulatan terdekat)!

a. 8.718

b. 8.728

c. 8.738

d. 8.748

e. 8.758

Pembahasan:

Diketahui :

- Total bunga dari pinjaman Ani adalah

$$5.000(1,06)^{10} - 5.000 = 3.954,2385$$

- Total bunga dari pinjaman Budi adalah

$$(0,06) \times 5.000 \times 10 = 3.000$$

- Untuk Cherry, pertama - tama akan dihitung besar masing - masing cicilan (R), yaitu

$$\begin{aligned} 5.000 &= Ra_{\overline{10}|0,06} \\ 5.000 &= R\left[\frac{1-(1,06)^{-10}}{0,06}\right] \\ R &= 679,34 \end{aligned}$$

  Total bunga dari pinjaman Cherry adalah

$$\begin{aligned} 679,34(10) - 5.000 &= 6.793,4 - 5.000 \\ &= 1.793,4 \end{aligned}$$

Jawab: D.

13. Berikut adalah informasi dari suatu obligasi :

    i. Nilai Par = 1.000,

    ii. Jangka waktu obligasi 3 tahun,

    iii. Tingkat bunga tahunan untuk kupon adalah 6% yang dibayarkan secara tahunan.

    Diberikan juga informasi bahwa tingkat bunga spot tahunan (*annual spot interest rate*) berturut turut adalah $7\%, 8\%$ dan 9%. Hitunglah harga dari obligasi tersebut (pembulatan terdekat)!

    a. 906

    b. 926

    c. 930

    d. 950

    e. 1.000

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{60}{1,07} + \frac{60}{1,07^2} + \frac{60}{1,07^3} + \frac{1.000}{1,09^3} \\
&= 926,03 \\
&\approx 926
\end{aligned}
$$

Jawab: B.

14. Seno meminjam uang sebesar dari suatu bank dengan jangka waktu 4 tahun pada tingkat bunga efektif tahunan 8%. Pinjaman tersebut harus dikembalikan dalam bentuk cicilan yang jumlahnya sama setiap tahunnya. Sisa pinjaman Seno (*Outstanding balance*) diakhir tahun ke-3 adalah $559,12$. Hitunglah pokok (*principal*) dari cicilan yang dibayarkan ditahun pertama (pembulatan terdekat)!

    a. 444

    b. 454

    c. 464

    d. 474

    e. 484

    Pembahasan:

    Outstanding balance di akhir tahun ke-3 merupakan *principal* (pokok) di tahun ke-4 (Hal ini terjadi karena jangka waktu pinjaman adalah 4 tahun). Dengan demikian diperoleh :

$$B_3 = P_4 = 559,12$$

Dengan menggunakan

$$P_{t+k} = P_t(1+i)^k$$

Diperoleh

$$\begin{aligned} P_4 &= P_1(1+0,08)^3 \\ 559,12 &= P_1(1,08)^3 \\ P_1 &= \frac{559,12}{(1,08)^3} \\ &= 443,8475 \\ &\approx 444 \end{aligned}$$

Jawab: A.

15. Bapak Arman meminjam uang sebesar Rp 400.000 dari koperasi XYZ dan sepakat untuk melunasinya secara cicilan setiap akhir bulan selama 15 tahun dengan tingkat bunga nominal tahunan 9% yang dikonversikan secara bulanan. Setelah pembayaran cicilan yang ke-36, koperasi XYZ mengubah tingkat bunga nominal tahunan menjadi j yang dikonversikan secara bulanan. Sisa jangka waktu pinjaman masih tetap 12 tahun dan cicilan tetap harus dibayarkan disetiap akhir bulan namun cicilan yang baru lebih kecil Rp $409,88$ dari cicilan sebelumnya. Hitunglah (pembulatan terdekat)!

    a. $4,72\%$

    b. $5,75\%$

    c. $6,35\%$

    d. $6,90\%$

    e. $9,14\%$

    Pembahasan:

    Cicilan mula - mula dari pinjaman Bapak Arman adalah

    $$400.000 = Ra_{\overline{180}|i}$$

dengan

$$\begin{aligned} i &= \frac{0,09}{12} && (4.1) \\ &= 0,0075 && (4.2) \end{aligned}$$

maka

$$\begin{aligned} 400.000 &= R\left[\frac{1-(1,0075)^{-180}}{0,0075}\right] \\ R &= \frac{400.000}{\left[\frac{1-(1,0075)^{-180}}{0,0075}\right]} \\ &= 4.057,066 \end{aligned}$$

Setelah pembayaran ke-36, *outstanding balance* dari hutang tersebut adalah

$$\begin{aligned} K &= B_{36} \\ &= Ra_{\overline{144}|i} \\ &= 4.057,066\left[\frac{1-(1,0075)^{-180}}{0,0075}\right] \\ &= 356.498,82 \end{aligned}$$

Cicilan baru saat ini adalah

$$\begin{aligned} T &= R - 409,88 \\ &= 4.057,066 - 409,88 \\ &= 3.467,186 \end{aligned}$$

Berdasarkan hal tersebut dapat diperoleh

$$\begin{aligned} K &= Ta_{\overline{144}|t} \\ 356.498,82 &= 3.467,186\left[\frac{(1-(1+t))^{-144}}{t}\right] \end{aligned}$$

nilai t yang memenuhi adalah $t = 0,00575$. Dengan demikian diperoleh $j = 12t =$

$12(0,00575) = 0,069 = 6,9\%$.

Jawab: D.

16. Dua obligasi dengan jangka waktu 30 tahun dibeli diharga yang sama. Masing-masing mempunyai kupon dengan tingkat bunga tahunan sebesar 5% dibayarkan secara semesteran dan memiliki nilai par 1000. Obligasi pertama memiliki tingkat bunga nominal tahunan sebesar 5% yang diakumulasikan (*compounded*) secara semesteran dan memiliki nilai tebus sebesar 1.200. Obligasi kedua memiliki tingkat bunga nominal tahunan sebesar i dan nilai tebus sebesar 800. Hitunglah i (pembulatan terdekat)!

    a. $2,20\%$

    b. $2,34\%$

    c. $3,53\%$

    d. $4,40\%$

    e. $4,69\%$

    Pembahasan:

    Harga dari obligasi pertama adalah

$$\begin{aligned} P_A &= 25a_{\overline{60}|0,025} + 1.200(1,025)^{-60} \\ &= 25\left(\frac{1-(1,025)^{-60}}{0,0025}\right) + 1.200(1,025)^{-60} \\ &= 1.045,4567 \end{aligned}$$

    Harga dari obligasi A sama dengan harga obligasi B. Dengan demikian dapat diperoleh

$$\begin{aligned} P_B &= 25a_{\overline{60}|j} + 800(1+j)^{-60} \\ 1.045,4567 &= 25\left[\frac{1-(1+j)^{-60}}{j}\right] + 800(1+j)^{-60} \end{aligned}$$

    Nilai yang memenuhi persamaan di atas adalah $j = 0,022$. Jadi, tingkat bunga nominal tahunan dan obligasi B adalah $i = 2j = 2(0.022) = 0.044 = 4,4\%$.

    Jawab: D.

17. John berencana membiayai kuliah anaknya dengan menabung pada suatu bank yang dapat memberikan tingkat bunga tahunan efektif 8%. John akan menabung sebesar diawal setiap

bulan selama 18 tahun. Pada tahun ke-16 sampai dengan ke-19, John akan mengambil dananya sebesar 25.000 disetiap awal tahun. Pengambilan dana terakhir akan menyebabkan jumlah tabungannya menjadi habis. Berapakah besar tabungan perbulan (X) yang harus dikeluarkan oleh John (pembulatan terdekat)?

a. 207

b. 223

c. 240

d. 245

e. 260

Pembahasan:

Tingkat bunga efektif bulanan :

$$\begin{aligned} i^* &= \frac{i^{(12)}}{12} \\ &= (1+i)^{1/12} - 1 \\ &= (1,08)^{1/12} - 1 \\ &= 0,006434 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Jumlah\ tabungan\ pada\ akhir\ tahun\ ke-19 &= Jumlah\ yang\ diambil\ sampai\ akhir\ tahun\ ke-19 \\ X\ddot{s}_{\overline{216}|i^*}(1,08) &= 25000\ddot{s}_{\overline{4}|0,08} \\ X\left[\frac{(1,006434)^{216}-1}{\frac{0,006434}{1,006434}}\right](1,08) &= 25.000\left[\frac{1,08^4-1}{\frac{0,08}{1,08}}\right] \\ 506,138X &= 121.665,024 \\ X &= \frac{121.665,024}{506,138} \\ &= 240,38 \\ &\approx 240 \end{aligned}$$

Jawab: C.

18. Jeff memiliki uang sebesar 8.000 dan ingin membeli obligasi dengan harga 10.000. Agar

harapannya dapat terwujud, Jeff mengambil pinjaman 10 tahun dari suatu bank sebesar 2.000 yang memperbolehkan untuk mencicil bunganya setiap akhir bulannya dengan tingkat bunga nominal 8% yang dikonversikan secara bulanan dan membayarkan pokoknya diakhir masa pinjaman. Jeff kemudian membeli obligasi tersebut dengan jangka waktu 10 tahun dengan nilai par 10.000 dan kupon 9% dibayarkan secara bulanan. Hitunglah tingkat bunga tahunan efektif sehingga Jeff akan mendapatkan kembali uangnya sebesar 8.000 setelah 10 tahun. a. 9.30%

b. 9.65%

c. 10.00%

d. 10.35%

e. 10.70%

Pembahasan:

Cashflow bulanan yang didapatkan oleh Jeff berasal dari kupon, yaitu sebesar $\dfrac{10.000(0,09)}{12} = 75$, lalu kemudian dikurangi dengan pembayaran bunga pinjaman sebesar $\dfrac{2.000(0,08)}{12} = 13,33$. Dengan demikian, tiap akhir bulan, Jeff akan mendapatkan penghasilan (*income*) sebesar $75 - 13,33 = 61,67$. Pada akhir tahun ke-10 (sebagai tambahan selain mendapatkan penghasilan bulanan sebesar $61,67$), Jeff menerima pembayaran dari nilai par obligasi sebesar 10.000 lalu dikurangi dengan pembayaran pokok hutang sebesar 2.000. Dengan demikian didapatkan persamaan berikut :

$$8.000 = 61,67 a_{\overline{120}|:i^*} + 8.000(1+i^*)^{-120}$$
$$8.000 = 61,67 \left[\frac{1-(1+i^*)^{-120}}{i^*}\right] + 8.000(1+i^*)^{-120}$$

Nilai i^* yang memenuhi adalah $i^* = 0,00770875$. Catat bahwa i^* adalah tingkat bunga efektif bulanan. Dengan demikian didapatkan tingkat bunga efektif tahunan adalah

$$\begin{aligned} i &= (1+i)^n - 1 \\ &= (1,0,00770875)^{12} - 1 \\ &= 0,09652958836 \\ &\approx 0,0965 \\ &= 9,65\% \end{aligned}$$

Jadi, tingkat bunga tahunan efektif sehingga Jeff akan mendapatkan kembali uangnya sebesar 8.000 setelah 10 tahun adalah $9,65\%$.

Jawab: B.

19. Diketahui $i^{(m)} = 0,1646858$ dan $d^{(m)} = 0,1602864$, maka nilai m adalah

    a. 4

    b. 6

    c. 8

    d. 10

    e. 12

Pembahasan:

$$\begin{aligned} 0,1646 &= \frac{0,1602864}{\left(1 - \frac{0,1602864}{m}\right)} \\ \left(\frac{m - 0,1602864}{m}\right) &= \frac{0,1602864}{0,1646858} \\ \frac{m - 0,1602864}{m} = 0,973286 & \\ m - 0,1602864 &= 0,973286m \\ m - 0,973286m &= 0,1602864 \\ 0,026714m &= 0,1602864 \\ m &= \frac{0,1602864}{0,026714} = 6 \end{aligned}$$

Jawab: B.

20. Sebuah saham dibeli di harga 10 kali dari laba tahun ini. Selama 6 tahun ke depan saham tersebut tidak memberikan dividen, namun labanya naik 60%. Jika diakhir tahun ke-6, saham dijual di harga 15 kali dari labanya, berapakah tingkat bunga efektif yang dihasilkan dari investasi ini (pembulatan terdekat)?

    a. $19,1\%$

    b. $17,7\%$

    c. $13,3\%$

    d. $15,7\%$

    e. $16,8\%$

    Pembahasan:

    Misal laba tahun ini adalah L, dan laba 6 tahun ke depan adalah $1.6L$. Dengan demikian diperoleh :

    Harga saham akhir tahun ke-6 adalah = Harga saham saat ini $\times AV(6)$, yaitu

$$\begin{aligned}
15(1,6L) &= 10L(1+i)^6 \\
24L &= 10L(1+i)^6 \\
2,4 &= (1+i)^6 \\
i &= (2,4)^{1/6} - 1 \\
&= 0,1571 \\
&\approx 0,157 \\
&= 15,7\%
\end{aligned}$$

    Jawab: D.

21. Jika diberikan informasi sebagai berikut :

Jangka waktu (tahun)	*Yield to Maturity*
1	3%
2	3.25%
3	3.5%
4	4%
5	4.5%

    Hitunglah harga dari suatu obligasi dengan nilai par 1.000 yang akan jatuh tempo dalam 4 tahun dan membayarkan kupon tahunan sebesar 40 (pembulatan terdekat)!

a. $1.001,43$

b. $1.000,00$

c. $1.002,24$

d. $985,12$

e. $998,24$

Pembahasan:

$$\begin{aligned} P &= \frac{40}{1,03} + \frac{40}{1,0325^2} + \frac{40}{1,035^3} + \frac{40}{1,04^4} + \frac{1.000}{1,04^4} \\ &= 1.001,43 \end{aligned}$$

Jawab: A.

22. Untuk soal no.21, berapakah *yield rates* dari obligasi tersebut (pembulatan terdekat)?

a. $4,20\%$

b. $3,85\%$

c. $3,99\%$

d. $4,18\%$

e. $4,15\%$

Pembahasan:

$$\begin{aligned} P &= 40a_{\overline{4}|i} + 1.000(1+i)^{-4} \\ 1.001,43 &= 40\left[\frac{1-(1+i)^{-4}}{i}\right] + 1.000(1+i)^{-4} \end{aligned}$$

Nilai i yang memenuhi persamaan di atas adalah $i = 3,99\%$. Jadi *yield rate* obligasi adalah $3,99\%$.

Jawab: C.

23. Suatu saham dari perusahaan A dijual dengan Harga 50 per lembar yang mengasumsikan tingkat bunga efektif tahunan adalah 12%. Dividen tahunan dibayarkan setiap akhir tahun selamanya dengan dividen pertama sebesar 5 dan yang berikutnya lebih besar X dari tahun

sebelumnya. Hitunglah X (pembulatan terdekat)!

a. $3,5\%$

b. $2,8\%$

c. $2,4\%$

d. $2,0\%$

e. $3,2\%$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
\text{Harga saham} &= \text{PV dividen} \\
50 &= \frac{5}{1,12} + \frac{5(1+X)}{1,12^2} + \frac{5(1+X)^2}{1,12^3} + \ldots \\
&= \frac{5}{1,12} + \frac{5(1+X)}{1,12^2}\left[1 + \frac{1+X}{1,12} + \frac{(1+X)^2}{1,12^2} + \ldots\right] \\
&= \frac{5}{1,12} + \frac{\left(\dfrac{5(1+X)}{(1,12^2)}\right)}{\left(1 - \dfrac{1+X}{1,12}\right)} \\
&= \frac{5}{1,12} + \frac{\left(\dfrac{5(1+X)}{(1,12^2)}\right)}{\left(\dfrac{0,12-X}{1,12}\right)} \\
&= \frac{5}{1,12} + \frac{5(1+X)}{(1,12)(0,12-X)}
\end{aligned}$$

Nilai X yang memenuhi persamaan di atas adalah $X = 0,02 = 2\%$.

Jawab: D.

24. Dora meminjam uang sebesar 5.000 pada tingkat bunga nominal tahunan 7% yang dikonversikan secara semesteran dan akan membayar semua bunga dan modalnya dalam 8 tahun. Dora menggunakan pinjaman tersebut untuk membeli 5 obligasi dengan nilai par 1.000 dengan kupon semesteran sebesar 30 dan tingkat hasil investasi (*yield*) sebesar 6% dikonversikan secara semesteran. Obligasi tersebut ditebus di par dalam 8 tahun sesaat sebelum Dora mengembalikan pinjamannya. Dora juga langsung menginvestasikan semua kupon yang diterimanya pada suatu investasi dengan tingkat bunga nominal 5% yang dikonversikan secara semesteran. Hitunglah berapa kerugian / keuntungan Dora di akhir tahun ke-8 tersebut (pembulatan terdekat)!

a. 684

b. 763

c. -763

d. $-5,763$

e. -684

Pembahasan:

Pada tahun ke-0 Dora menggunakan uang sejumlah 5.000 untuk membeli 5 buah obliasi dengan nilai par 1.000 dan mendapat kupon semesteran sebesar 30. Selanjutnya Dora menginvestasikan semua kupon yang diterima pada tingkat bunga nominal 5% yang dikonversikan semesteran (catat bahwa tingkat bunga tersebut setara dengan tingkat bunga efektif semesteran sebesar $2,5\%$). Dengan demikian jumlah uang yang diterima Dora pada akhir tahun ke-8 adalah total dari *par - value* obligasi ditambah dengan akumulasi dari kupon yang diinvestasika, yaitu :

$$\begin{aligned} A &= 5(1.000) + 5(30)s_{\overline{16}|2,5\%} \\ &= 5.000 + 150\left(\frac{(1,025)^{16}-1}{0,025}\right) \\ &= 7.907,0337 \end{aligned}$$

Di lain pihak, jumlah hutang yang harus dibayar Dora

$$\begin{aligned} B &= 5.000\,(1.035)^{16} \\ &= 8.669,930 \end{aligned}$$

Jadi jumlah uang Dora di akhir tahun 8 adalah

$$\begin{aligned} A - B &= 7.907,0337 - 8.669,930 \\ &= -762.8963 \\ &\approx -763 \end{aligned}$$

Dora menderita kerugian sebesar 763.

Jawab: C.

25. Adam mengambil pinjaman dari Bank sebesar 36.000 dan akan mengembalikannya dengan pembayaran cicilan secara kuartalan. Tingkat bunga efektif tahunan yang diberikan oleh Bank adalah $6,75\%$ selama 10 tahun. Adam memutuskan untuk membayarkan tambahan atas cicilannya sebesar 1.000 saat pembayaran ke-5. Berapakah besar bunga untuk pembayaran ke-6 (pembulatan terdekat)?

a. $556,16$

b. $478,60$

c. $521,23$

d. $468,90$

e. $462,00$

Pembahasan:

$$\begin{aligned} i^* &= \frac{1^{(4)}}{4} \\ &= (1+i)^{1/4} - 1 \\ &= (1,0675)^{1/4} - 1 \\ &= 0,016464 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= Ra_{\overline{40}|i^*} \\ 36.000 &= R\left[\frac{1-(1,016464^{-40})}{0,016464}\right] \\ 36.000 &= 29,1314872R \\ R &= 1.235,77625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_5 &= R + 1.000 \\ &= 1.235,77625 + 1.000 \\ &= 2.235,77625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_4 &= Ra_{\overline{36}|i^*} \\ &= 1.235,77625 \left[\frac{1 - 1,016464^{-36}}{0,016464} \right] \\ &= 33.363,485645 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_5 &= B_4(1 + i^*) - R_5 \\ &= 33.363,485645(1,016464) - 2.235,77635 \\ &= 31.677,006 \end{aligned}$$

Jadi

$$\begin{aligned} I_6 &= i^* B_5 \\ &= (0,016464)(31.677,006) \\ &= 521,23 \end{aligned}$$

Jawab: C.

26. Anuitas A membayarkan sebesar 1 diawal tiap tahun selama tiga tahun. Anuitas B membayarkan sebesar 1 diawal tiap tahun selama 4 tahun. *Macaulay duration* dari anuitas A pada saat pembelian adalah $0,93$. Kedua anuitas menawarkan tingkat hasil investasi yang sama. Hitunglah *Macaulay duration* dari anuitas B pada saat pembelian (pembulatan terdekat)!

    a. $1,240$

    b. $1,369$

    c. $1,500$

    d. $1,930$

    e. $1,965$

Pembahasan:

- Anuitas A

$$\begin{aligned} MacD &= \frac{\sum_{t=0}^{2} t\, v^t\, CF_t}{\sum_{t=0}^{2} v^t\, CF_t} \\ 0,93 &= \frac{v + 2v^2}{1 + v + v^2} \\ 0,93 + 0,93v + 0,93v^2 &= v + 2v^2 \\ 1,07v^2 + 0,07v - 0,93 &= 0 \end{aligned}$$

Akar - akar dari persamaan tersebut adalah $v_1 = 0,90015$ dan $v_2 = -0,96557$. Catat bahwa nilai dari $v_2 = -0,96557$ tidak memenuhi, karena nilai v yang digunakan haruslah positif.

- Anuitas B

$$\begin{aligned} MacD &= \frac{\sum_{t=0}^{3} t\, v^t\, CF_t}{\sum_{t=0}^{3} v^t\, CF_t} \\ &= \frac{v + 2v^2 + 3v^3}{1 + v + v^2 + v^3} \\ &= \frac{(0,90015) + 2(0,90015)^2 + 3(0,90015)^3}{1 + 0,90015 + (0,90015)^2 + (0,90015)^3} \\ &= 1,3689182 \\ &\approx 1,369 \end{aligned}$$

Jawab: B.

27. Yang manakah dari pernyataan berikut yang tidak tepat?

a. $\ddot{a}_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|} + 1 - v^n$

b. $\ddot{s}_{\overline{n}|} = s_{\overline{n}|} - 1 + (1+i)^n$

c. $\frac{\ddot{s}_{\overline{2n}|}}{\ddot{s}_{\overline{n}|}} + \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{\ddot{s}_{\overline{2n}|}} - \frac{\ddot{s}_{\overline{3n}|}}{\ddot{s}_{\overline{2n}|}} = 1$

d. $a_{\overline{m+n}|} = a_{\overline{m}|} + v^m a_{\overline{n}|}$

e. $s_{\overline{m+n}|} = s_{\overline{m}|} + (1+i)^n s_{\overline{n}|}$

Pembahasan:

Seharusnya

$$s_{\overline{m+n}|} = s_{\overline{m}|} + (1+i)^m s_{\overline{n}|}$$

atau

$$s_{\overline{m+n}|} = s_{\overline{n}|} + (1+i)^n s_{\overline{m}|}$$

Jawab: E.

28. Anuitas dan memberikan pembayaran sebagai berikut : Anuitas X dan Y mempunyai nilai

Akhir Tahun	**Anuitas X**	**Anuitas Y**
1-10	1	K
11-20	2	0
21-30	1	K

sekarang yg sama pada tingkat bunga efektif tahunan i sehingga $v^{10} = \dfrac{1}{2}$. Berapakah nilai dari K?

a. $1,8$

b. $2,2$

c. $2,4$

d. $1,6$

e. $1,2$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
PV(X) &= PV(Y) \\
a_{\overline{10}|} + 2a_{\overline{10}|}v^{10} + a_{\overline{10}|}v^{20} &= K\,a_{\overline{10}|} + K\,a_{\overline{10}|}v^{20} \\
\frac{1-v^{10}}{i} + 2\left[\frac{1-v^{10}}{i}\right]v^{10} + \left[\frac{1-v^{10}}{i}\right]v^{20} &= K\left[\frac{1-v^{10}}{i}\right] + K\left[\frac{1-v^{10}}{i}\right]v^{20} \\
\frac{1-\frac{1}{2}}{i} + 2\left[\frac{1-\frac{1}{2}}{i}\right]\frac{1}{2} + \left[\frac{1-\frac{1}{2}}{i}\right]\frac{1}{4} &= K\left[\frac{1-\frac{1}{2}}{i}\right] + K\left[\frac{1-\frac{1}{2}}{i}\right]\frac{1}{4} \\
\frac{0,5}{i} + \frac{0,5}{i} + \frac{0,25}{i} &= \frac{0,5K + 0,125K}{i} \\
\frac{1,125}{i} &= \frac{0,625K}{i} \\
K &= \frac{1,125}{0,625} \\
&= 1,8
\end{aligned}$$

Jawab: A.

29. Pada tingkat bunga tahunan efektif sebesar i, dimana $i \leq 0$, anuitas berikut memiliki nilai sekarang sebesar X:

    i. Anuitas akhir selama 20 tahun dengan pembayaran tahunan sebesar 55

    ii. Anuitas akhir selama 30 tahun dengan pembayaran tahunan sebesar 30 untuk 10 tahun pertama, sebesar USD 60 untuk sepuluh tahun kedua dan sebesar 90 untuk sepuluh tahun terakhir.

    Hitunglah berapa nilai dari X! (pembulatan terdekat)

    a. 575

    b. 585

    c. 595

    d. 605

    e. 615

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
PV\ Anuitas\ I &= PV\ Anuitas\ II \\
55a_{\overline{10}|i} + 55v^{10}a_{\overline{10}|i} &= 30a_{\overline{10}|i} + 60v^{10}a_{\overline{10}|i} + 90v^{20}a_{\overline{10}|i} \\
55 + 55v^{10} &= 30 + 60v^{10} + 90v^{20} \\
11 + 11v^{10} &= 6 + 12v^{10} + 18v^{20} \\
18v^{20} + v^{10} - 5 &= 0
\end{aligned}$$

Misalkan t yang memenuhi adalah $t = \dfrac{1}{2}$. Catat bahwa $t = v^{10}$ tidak boleh bernilai negatif. Dari sini didapatkan

$$\begin{aligned}
v^{10} = (1+i)^{-10} &= \frac{1}{2} \\
I &= \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{10}} - 1 \\
&= 0,0717734625363
\end{aligned}$$

Dengan demikian nilai dari K adalah

$$\begin{aligned}
K &= 55a_{\overline{10}|i} + 55v^{10}a_{\overline{10}|i} \\
&= 55\left[\frac{1-v^{10}}{i}\right] + 55\,v^{10}\left[\frac{1-v^{10}}{i}\right] \\
&= 55\left[\frac{1-0,5}{0,071773462563}\right] + 55(0,5)\left[\frac{1-0,5}{0,071773462563}\right] \\
&= 574,72495463 \\
&\approx 575
\end{aligned}$$

Jawab: A.

30. Berikut adalah tabel tingkat bunga dari suatu investasi:

    Hitunglah nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1000 yang dilakukan di setiap akhir tahun selama 5 tahun dengan menggunakan *spot rates* seperti tabel diatas (pembulatan terdekat).

    a. $3.210,05$

    b. $3.906,63$

Jangka waktu	Annual Spot Interest Rate
1	7%
2	8%
3	8,75%
4	9,25%
5	9,50%

c. $4.115,24$

d. $4.256,72$

e. $3.745,37$

Pembahasan:

$$\begin{aligned} PV &= \frac{1.000}{1,07} + \frac{1.000}{1,08^2} + \frac{1.000}{1,0875^3} + \frac{1.000}{1,0925^4} + \frac{1.000}{1,095^4} \\ &= 3.906,63 \end{aligned}$$

Jawab: B.

BAB 5

PEMBAHASAN A10 JUNI 2016

1. Hitunglah durasi dari sebuah obligasi 10 tahun dengan kupon tahunan 10% bila diketahui tingkat bunga efektif per tahun adalah 10%. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   a. $6,25$

   b. $6,75$

   c. $7,25$

   d. $7,75$

   e. $8,25$

   Pembahasan:

$$\begin{aligned} C_t &= F \times r \\ &= 1000 \times 0.1 \\ &= 100 \end{aligned}$$

   artinya,

$$\begin{aligned} Durasi &= \frac{\sum_{t=1}^{10} t.\, C_t\, v^t}{\sum_{t=1}^{10} C_t.\, v^t} \\ &= \frac{1(100)\left(\frac{1}{1.1}\right)^1}{100\left(\frac{1}{1.1}\right)^1} + \frac{2(100)\left(\frac{1}{1.1}\right)^2}{100\left(\frac{1}{1.1}\right)^2} + \frac{3(100)\left(\frac{1}{1.1}\right)^3}{100\left(\frac{1}{1.1}\right)^3} + ... + \frac{10(100)\left(\frac{1}{1.1}\right)^{10}}{100\left(\frac{1}{1.1}\right)^{10}} \\ &= \frac{2680,450426}{614,4567} \\ &= 4,36 \end{aligned}$$

   Jawab: B.

2. Sebuah bank A mempunyai penawaran sertifikat deposito seperti di bawah ini

   Dengan ketentuan sebagai berikut :

Jangka Waktu	Tingkat Bunga Nominal per Tahun
1 tahun	5%
2 tahun	6,25%
3 tahun	7,00%
4 tahun	7,25%

- Bunga dikonversikan setiap 6 bulan (*convertible semiannually*)
- Pencairan sebelum jatuh tempo tidak diijinkan
- Penawaran ini akan terus ada selama 6 tahun ke depan

Seorang investor ingin mencari hasil pengembalian investasi yang paling maksimal selama 6 tahun. Pilihlah kombinasi penempatan sertifikat deposito di bawah ini yang akan memberikan hasil paling maksimal!

a. 3 tahun lalu dilanjutkan 3 tahun

b. 4 tahun lalu dilanjutkan 2 tahun

c. 2 tahun dan diperpanjang sebanyak 3 kali

d. 1 kali dan diperpanjang setiap tahun

e. 4 tahun lalu dilanjutkan 1 tahun dan 1 tahun

Pembahasan:

- 3 tahun lalu dilanjutkan 3 tahun

$$\begin{aligned} FV &= 1\left(1+\frac{0,07}{2}\right)^{12} \\ &= 1,51106 \end{aligned}$$

- 4 tahun lalu dilanjutkan 2 tahun

$$\begin{aligned} FV &= \left(1+\frac{0,0725}{2}\right)^{8}\left(1+\frac{0,0625}{2}\right)^{4} \\ &= 1,5037 \end{aligned}$$

- 2 tahun dan diperpanjang sebanyak 3 kali

$$\begin{aligned} FV &= \left(1 + \frac{0,0625}{2}\right)^{12} \\ &= 1,4466 \end{aligned}$$

- 1 kali dan diperpanjang setiap tahun

$$\begin{aligned} FV &= \left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^{12} \\ &= 1,3449 \end{aligned}$$

- 4 tahun lalu dilanjutkan 1 tahun dan 1 tahun

$$\begin{aligned} FV &= \left(1 + \frac{0,0725}{2}\right)^{8} \left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^{4} \\ &= 1,4676 \end{aligned}$$

Jadi yang memberikan keuntungan maksimum adalah pilihan pertama.

Jawab: A.

3. Diketahui sejumlah dana sebesar Rp 1 juta rupiah disetorkan pada setiap awal tahun selama 20 tahun, dengan diketahui tingkat bunga efektif per tahun adalah 10%. Pada akhir tahun ke-20 total akumulasi dana tersebut diendapkan dengan tingkat bunga efektif 10% setahun sampai akhir tahun ke 30. Dengan asumsi tingkat bunga yang sama, akumulasi dana tersebut digunakan untuk membayarkan pembayaran tahunan X sampai selamanya dengan pembayaran pertama dilakukan pada akhir tahun ke 30 tersebut. Hitunglah berapa besar pembayaran tahunan X tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   a. Rp 16.300.000

   b. Rp 14.850.000

   c. Rp 12.000.000

   d. Rp 9.800.000

   e. Rp 8.500.000

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
FV_{20th} &= 1.000.000\ddot{s}_{\overline{20}|0,1} \\
&= 1.000.000\left(\frac{(1+0,1)^{20}-1}{\frac{1,0}{1,1}}\right) \\
&= 63.002.499,44
\end{aligned}
$$

Pada akhir tahun ke-30

$$
\begin{aligned}
FV &= 63.002.499,44(1+0,1)^{10} \\
&= 163.412.257,9
\end{aligned}
$$

Artinya,

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{X}{d} \\
X &= 163.412.257,9\left(\frac{0,1}{1,1}\right) \\
&= 14.855.659,81 \\
&\approx 14.850.000
\end{aligned}
$$

Jawab: B.

4. Seorang karyawan berusia 40 tahun saat ini. Ia mulai mengakumulasikan dana untuk pensiun dengan menabung sebesar US$ 3.000 setiap awal tahun selama 25 tahun. Mulai usia 65 tahun, karyawan tersebut berencana untuk mencairkan dana ini setiap awal tahun selama 15 tahun (15 kali). Diasumsikan pembayaran ini adalah pasti dan tingkat bunga efektif pada 25 tahun pertama adalah 8%, lalu menjadi 7% setelahnya. Berapakah jumlah dana pada setiap pencairannya? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!
   a. US$ 18.275
   b. US$ 19.805
   c. US$ 22.125
   d. US$ 24.305

e. US$ 26.405

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
\text{Dana di usia } 65 &= 3.000\ddot{s}_{\overline{25}|0,08} \\
&= 3.000\left[\frac{(1+0,08)^{25}-1}{\frac{0,08}{1,08}}\right] \\
&= 236.863,2454
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{Di usia } > 65 \text{ tahun} &= X\ddot{a}_{\overline{15}|0,07} \\
236.863,2454 &= X\left[\frac{1-\left(\frac{1}{1,07}\right)^{15}}{\frac{0,07}{1,07}}\right] \\
X &= 24.304,96369 \\
&\approx 24.305
\end{aligned}
$$

Jawab: D.

5. Sejumlah hutang sebesar Rp 80juta dibayarkan dengan pembayaran sebesar Rp 10 juta setiap akhir tahun selama 20 tahun. Bila diketahui setiap pembayaran segera diinvestasikan kembali dengan tingkat bunga 5%. Hitunglah tingkat bunga efektif tahunan yang dihaasilkan dalam periode 20 tahun tersebut! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   a. $6,25\%$

   b. $6,50\%$

   c. $7,35\%$

   d. $8,00\%$

   e. $8,35\%$

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
AC_{20th} &= 80.000.000 s_{\overline{20|}:0,05} \\
&= 80.000.000 \frac{(1+0,05)^{20}-1}{0,05} \\
&= 330.659.541
\end{aligned}
$$

Artinya

$$
\begin{aligned}
A(20) &= A(0)(1+i)^{20} \\
330.659.541 &= 80.000.000(1+i)^{20} \\
i &= 0,07353091014 \\
&\approx 0,0735 \\
&= 7,35\%
\end{aligned}
$$

Jawab: C.

6. Suatu pinjaman sebesar Rp 100 juta akan dibayarkan dengan pembayaran kwartalan (setiap 3 bulan sekali) selama 5 tahun. Diketahui tingkat bunga nominal tahunan adalah 6% yang dikonversikan kwartakan. Hitunglah sisa pokok hutan (*outstanding loan balance*) pada akhir tahun ke 2. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   a. Rp 40.000.000

   b. Rp 57.827.000

   c. Rp 63.532.000

   d. Rp 68.125.000

   e. Rp 70.000.000

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
B_8 &= R a_{\overline{n-1|}i} \\
&= R a_{\overline{12|}i}
\end{aligned}
$$

Akan dicari nilai R terlebih dahulu

$$\begin{aligned} R &= \frac{L}{a_{\overline{20}|i}} \\ &= \frac{100.000.000}{\frac{1-\left(\frac{1}{1,015}\right)^{20}}{0,05}} \\ &= 5.824.573,587 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned} B_8 &= 5.824.573,587 \times \left[\frac{1-\left(\frac{1}{1,015}\right)^{12}}{0,015} \right] \\ &= 63.531.566,73 \\ &\approx 63.532.000 \end{aligned}$$

Jawab: C.

7. Hitunglah berapakah nilai sekarang dari anuitas sebesar Rp 1 juta rupiah yang dibayarkan setiap awal tahun selama 8 tahun bila diketahui tingkat diskonto efektif adalah 10%! Manakah jawaban yang paling mendekati di bawah ini?

   a. Rp 4.200.000

   b. Rp 5.000.000

   c. Rp 5.700.000

   d. Rp 6.300.000

   e. Rp 8.000.000

   Pembahasan:

$$\begin{aligned} PV &= 1.000.000 \left[\frac{1-(1-0,1)^8}{0,1} \right] \\ &= 5.695.327,9 \\ &\approx 5.700.000 \end{aligned}$$

Jawab: C.

8. Sejumlah uang sebesar Rp 10 juta diakumulasikan menjadi Rp 16 juta dalam waktu 3 tahun dengan tingkat bunga yang dikonversikan setiap 3 bulan (*convertible quarterly*). Berapakah tingkat bunga tahunan yang digunakan? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   a. Tingkat bunga nominal 16%

   b. Tingkat bunga *effective* 16%

   c. Tingkat bunga nominal 15%

   d. Tingkat bunga *effective* 15%

   e. Tingkat bunga nominal 17%

   Pembahasan:

$$\begin{aligned} 16.000.000 &= 10.000.000\left(1+\frac{i^{(3)}}{4}\right)^{12} \\ 1,6 &= \left(1+\frac{i^{(3)}}{4}\right)^{12} \\ i^{(4)} &= 0,1597764308 \\ i^{(4)} &\approx 0,16 \\ &= 16\% \end{aligned}$$

   Jawab: A.

9. Sebuah 10 tahun obligasi akumulasi (*accumulated bond*) dengan nilai par mula - mula sebesar \$1.000 menghasilkan bunga berbunga (*compound interest*) sebesar 8% setiap setengah tahun (*compounded semiannually*). Hitunglah harga yang memberikan tingkat pengembalian hasil (*yield rate*) terhadap investor sebesar 10% efektif. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   a. $\$725,77$

   b. $\$775,28$

   c. $\$800,00$

   d. $\$815,28$

   e. $\$844,77$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
P &= F\left(1+\frac{i}{2}\right)^n v^n \\
&= 1.000\left[1+\frac{0,08}{2}\right]^{20}\left(\frac{1}{1,1}\right)^{20} \\
&= 844,7728241 \\
&\approx 844,77
\end{aligned}$$

Jawab: E.

10. Budi meminjam dana sebesar \$10.000 dengan dikenakan bunga efektif tahunan sebesar 10%. Budi mengakumulasikan dana pembayaran (*sinking fund*) pada tingkat bunga efektif tahunan sebesar 8% untuk membayar kembali pinjaman ini. Pada akhir tahun ke 10, dana pada *sinking fund* tersebut adalah sebesar \$5.000. Pada akhir tahun ke 11, Budi melakukan total pembayaran sebesar \$1.500. Berapakah dari pembayaran \$1.500 tersebut yang dialokasikan ke dalam dana pembayaran (*sinking fund*)?

    a. \$500

    b. \$600

    c. \$900

    d. \$1.000

    e. \$5.900

    Pembahasan:

    Total pembayaran yang dilakukan Budi pada akhir tahun ke-11 merupakan gabungan dari jumlah bunga yang dibayarkan kepada pemberi pinjaman (pada tingkat bunga efektif tahunan sebesar 10%) dari dana yang dialokasikan ke dalam *sinking fund*. Dengan demikian diperoleh

$$\begin{aligned}
R_{11} &= i\,L + SFD \\
1.500 &= (0,1)(10.000) + SFD \\
1.500 &= 1.000 + SFD \\
SFD &= 500
\end{aligned}$$

Jadi, dana yang dialokasikan ke dalam dana pembayaran adalah 500.

Jawab: A.

11. Jumlah dari pembayaran sebesar \$100 saat ini dan pembayaran sebesar \$108, 15 yang dilakukan 2 tahun dari sekarang adalah sama dengan pembayaran sebesar \$208 yang dilakukan setahun dari sekarang. Jumlah ini akan sama pada saat 2 tahun dari sekarang. Diketahu terdapat 2 tingkat bunga yang memenuhi kondisi ini. Hitunglah selisih dari kedua tingkat bunga tersebut! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. 1%

    b. 2%

    c. 3%

    d. 4%

    e. 5%

    Pembahasan:

    $$100(1+i)^{-2} + 108,15 = 208(1+i)^{-1}$$

    Misalkan : $a = (1+i)^{-1}$, maka

    $$100a^2 - 208a + 108,15 = 0$$

    Nilai a yang memenuhi persamaan di atas adalah $a_1 = 1,09$ dam $a_2 = 1,07$. Sehingga,

    $$\begin{aligned} a_1 &= (1+i)^{-1} \\ 1,09 &= (1+i)^{-1} \\ i_1 &= -0,08256880734 \end{aligned}$$

    dan

    $$\begin{aligned} a_2 &= (1+i)^{-1} \\ 1,07 &= (1+i)^{-1} \\ i_2 &= -0,065420560735 \end{aligned}$$

Oleh karena itu,

$$\begin{aligned} i_2 - i_1 &= 0,017148 \\ &\approx 0,02 \\ &= 2\% \end{aligned}$$

Jawab: B.

12. Seorang ahli waris mendapatkan warisan sejumlah Rp 100 juta. Ahli waris tersebut ingin menggunakan dana tersebut untuk membeli anuitas dan mempertimbangkan untuk membeli pada suatu perusahaan asuransi yang menawarkan tingkat bunga sebesar $8,69\%$ untuk produk anuitas. Ahli waris ini ingin mendapatkan manfaat tahunan sebesar Rp 15.380.000 pada setiap akhir tahun. Berapakah periode anuitas yang didapatkan? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. 8 tahun

    b. 9 tahun

    c. 10 tahun

    d. 11 tahun

    e. 12 tahun

    Pembahasan:

$$\begin{aligned} 100.000.000 &= 15.380.000 \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{1,0869} \right)^n}{0,0869} \right] \\ 0,5650195059 &= 1 - \left(\frac{1}{1,0869} \right)^n \\ \left(\frac{1}{1,0869} \right)^n &= 0,4349804941 \\ n \ln \left(\frac{1}{1,0869} \right)^n &= \ln(0,4349804941) \\ n &= 9,989895717 \\ &\approx 10 \end{aligned}$$

Jawab: C.

13. Sebuah obligasi korporasi memiliki nilai nominal sebesar Rp 100.000.000,- dengan tingkat bunga 14% semiannually dan jatuh tempo dalam jangka waktu 10 tahun. Tentukan harga wajar obligasi jika investor mengharapkan tingkat imbal hasil (yield) sebesar 16% per tahun

    a. Kurang dari Rp 90.000.000
    b. Antara Rp 90.000.000 dan Rp 95.000.000
    c. Antara Rp 95.000.000 dan Rp 100.000.000
    d. Antara Rp 100.000.000 dan Rp 105.000.000
    e. Lebih dari Rp 105.000.000

    Pembahasan:

    Diketahui:

    - $F = C = 100.000.000$
    - $n = 10$ tahun $= 20$ semester
    - $r = 14\%$ pertahun $= 7\%$ persemester
    - $i = 16\%$ pertahun $= 8\%$ persemester

$$\begin{aligned} P &= F.r.a_{\overline{n}|i} + Cv^n \\ &= (100.000.000 \times 7\%) \times a_{\overline{20}|0,08} + 100.000.000.(1,08)^{-20} \\ &= 90.181.852 \end{aligned}$$

    Jawab: B.

14. Budi meminjam dana sebesar \$10.000 dengan dikenakan bunga efektif sebesar 10%. Budi mengakumulasikan dana pembayaran (*sinking fund*) pada tingkat bunga efektif sebesar 8% untuk membayar kembali pinjaman ini. Pada akhir tahun ke - 10, dana pada *sinking fund* tersebut adalah sebesar \$5.000. Pada akhir tahun ke 11, Budi melakukan total pembayaran sebesar \$1.500. Berapakah saldo dari dana pembayaran (*sinking fund balance*) pada akhir tahun ke 11?

    a. \$500

b. \$600

c. \$900

d. \$1.000

e. \$5.900

Pembahasan:

Diketahui :

- Dana SF di n adalah 5.000
- Bunga pinjaman tahun ke - 11 adalah $10.000 \times 10\% = 1.000$
- Deposit SF tahun ke-11 adalah $1.500 - 1.000 = 500$
- Buna SF tahun ke-11 adalah $5.000 \times \frac{8}{100} = 400$

Maka,

$$\begin{aligned} Balance\,SF &= Balance\,SF_{10} + Deposit\,SF + Bunga\,SF \\ &= 5.000 + 500 + 400 \\ &= 5.900 \end{aligned}$$

Jawab: E.

15. Diketahui jumlah bunga yang dihasilkan dari sejumlah uang selama satu tahun adalah Rp 3.600.000. Jumlah ini ekivalen dengan jumlah diskonto sebesar Rp 3.200.000 selama satu tahun dari sejumlah uang yang sama. Berapakah tingkat bunga atau tingkat diskonto di atas?

    a. 8,00%

    b. 10,00%

    c. 10,50%

    d. 12,00%

    e. 12,50%

    Pembahasan:

    Nilai d menyatakan tingkat diskon efektif tahunan. Berdasarkan informasi di atas, diperoleh persamaan berikut ini.

$$\begin{aligned} 3.600.000 - 3.200.000 &= d(3.200.000) \\ 400.000 &= d(3.200.000) \\ d &= 12,50\% \end{aligned}$$

Jawab: E.

16. Suatu perpetutas yang dibayarkan di akhir periode (*perpetuity* - *immediate*) membayarkan Rp 1 juta rupiah setahun pada pembayaran pertama. Pembayaran selanjutnya naik sebesar Rp 2 juta setiap tahun (Rp 1 juta, Rp 3 juta, Rp 5 juta, Rp 7 juta, dan seterusnya). Hitunglah besarnya nilai sekarang dari perpetuitas ini bila diketahui tingkat bunga setahun adalah 5%. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. Rp 820 juta

    b. Rp 900 juta

    c. Rp 1 milyar

    d. Rp $1,2$ milyar

    e. Rp $1,5$ milyar

    Pembahasan:

$$\begin{aligned} PV &= \frac{1.000.000}{i} + \frac{2.000.000}{(0,05)^2} \\ &= 820.000.000 \end{aligned}$$

Jawab: A.

17. Berapakah harga dari 10 tahun bond dengan nilai par 1.000 yang mempunyai kupon sebesar 8,4% dikonversikan setiap setengah tahun (convertible semiannually), dan akan di redeem pada nilai 1050. Bond ini dibeli dengan tingkat yield 10% yang dikonversikan setiap setengah tahun (convertible semiannually). Pilihlah jawaban yang paling mendekati

    a. 789,15

    b. 726,15

c. 886,15

d. 826,15

e. 919,15

Pembahasan:

Diketahui:

- $F = C = 1000$
- $r = \frac{8,4}{2} = 4,2\% = 0,042$ Maka, $Fr = 42$
- $C = 1050$
- $i = 10\%$ pertahun $= 5\%$ atau 0,05 persemester
- $n = 10$ tahun $= 20$ semester

$$\begin{aligned} P &= F.r.a_{\overline{n}|i} + Cv^n \\ &= 42.a_{\overline{20}|0,05} + 1050.(1,05)^{-20} \\ &= 919,14679 \cong 919,15 \end{aligned}$$

Jawab: C.

18. Suatu dana A berakumulasi dengan tingkat bunga sederhana (*simple interest rate*) sebesar 8%. Suatu dana lainnya, dana B, berakumulasi dengan tingkat diskonto sederhana (*simple discount rate*) sebesar 4%. Hitunglah pada saat kapan (*point of time*) di mana *forces of interest* dari kedua dana ini adalah sama? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!
a. $5,00$
b. $5,75$
c. $6,25$
d. $6,75$
e. $7,25$

Pembahasan:

- Untuk *simple interest rate*

$$
\begin{aligned}
a(t) &= 1 + 0,08t \\
a'(t) &= 0,08
\end{aligned}
$$

- Untuk *simple discount rate*

$$
\begin{aligned}
a(t) &= (1 - 0,04t)^{-1} \\
a'(t) &= \frac{0,04}{(1 - 0,04t)^2}
\end{aligned}
$$

Sehingga,

$$
\begin{aligned}
\delta_{si} &= \delta_{sd} \\
\frac{0,08}{1 + 0,08t} &= \frac{0,04}{1 - 0,04t} \\
t &= 6,25
\end{aligned}
$$

Jawab: C.

19. Berapakah tingkat bunga efektif per tahun dari suatu deposito bila diketahui tingkat bunga nominal adalah 16% per tahun dibayarkan 3 bulanan (*convertible quarterly*)? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. $16,00\%$

    b. $16,50\%$

    c. $17,00\%$

    d. $17,50\%$

    e. $18,00\%$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}(1+i^*) &= \left(1+\frac{0,16}{4}\right)^4 \\ i^* &= 0,16985856 \\ &\approx 0,17 \\ &= 17\%\end{aligned}$$

Jawab: C.

20. Sebuah perusahaan asuransi mempunyai data keuangan seperti di bawah ini pada tahun kalender yang lalu berdasarkan informasi di bawah ini :

    Aset pada awal tahun : Rp 25.000.000

    Pendapatan penjualan : Rp 2.950.000

    Hasil Investasi neto : Rp 2.000.000

    Biaya gaji : Rp 2.000.000

    Biaya lainnya : Rp 750.000

    Semua arus kas di atas timbul pada pertengahan tahun. Hitunglah tingkat imbal hasil efektif. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. 8%

    b. 9%

    c. 10%

    d. 11%

    e. 12%

    Pembahasan:

    Diketahui : $A = 25.000.000$.

$$\begin{aligned}Cashflow\,(B) &= 25.000.000 + 2.950.000 + 2.000.000 - 2.000.000 - 750.000 \\ &= 27.200.000\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} I &= Investasi - Biaya\, investasi \\ &= 2.000.000 \end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} Tingkat\, imbal\, hasil &= \frac{2I}{A + B - I} \\ &= 0,079681 \\ &\approx 8\% \end{aligned}$$

Jawab: A.

21. Sejumlah uang sebesar USD 100 didepositokan pada awal tahun setiap 2 tahun sekali, yang dimulai saat ini. Bila akumulasi dari dana ini adalah USD 520 pada akhir tahun ke-8, hitunglah tingkat bunga sederhana (*simple interest rate*) yang dihasilkan oleh dana ini! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. 5%

    b. 6%

    c. 7%

    d. 8%

    e. 10%

    Pembahasan:

$$\begin{aligned} 520 &= 100(1 + 2r) + 100(1 + 4r) + 100(1 + 6r) + 100(1 + 8r) \\ 520 &= 400 + 2000r \\ r &= 0,06 \\ &= 6\% \end{aligned}$$

    Jawab: B.

22. Diketahui arus kas dari suatu proyek investasi adalah sebagai berikut :

    Hitunglah tingkat imbal hasil internal (*Internal Rate of Return*) dari proyek investasi

Tahun	Kontribusi (Investasi)	Hasil (Pengembalian)
1	10.000	0
2	5.000	0
3	1.000	0
4	1.000	0
5	1.000	0
6	1.000	8.000
7	1.000	9.000
8	1.000	10.000
9	1.000	11.000
10	0.000	12.000

tersebut! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

a. $10,25\%$

b. $10,96\%$

c. $11,50\%$

d. $12,25\%$

e. $12,96\%$

Pembahasan: Berdasarkan tabel di atas, dapat diperoleh

$$\begin{aligned} \text{Kontribusi} &= 10.000v + 5.000v^2 + 1.000v^3 + 1.000v^4 + 1.000v^5 + 1.000v^6 + 1.000v^7 \\ &\quad + 1.000v^8 + 1.000v^9 \\ \text{Hasil} &= 8.000v^6 + 9.000v^7 + 10.000v^8 + 11.000v^9 + 12.000v^{10} \end{aligned}$$

Sehingga, tingkat imbal hasil (dalam ribuan) adalah

$$\begin{aligned} 12v^{10} + 10v^9 + 9v^8 + 8v^7 + 7v^6 - 10v - 5v^2 - v^3 - v^4 - v^5 &= 0 \\ 12v^9 + 10v^8 + 9v^7 + 8v^6 + 7v^5 - v^4 - v^3 - v^2 - 5v - 10 &= 0 \end{aligned}$$

Nilai v yang memenuhi persamaan di atas adalah $v = 0,8852691218$. Sehingga,

$$\begin{aligned} v &= \left(\frac{1}{1+i}\right) \\ 0,8852691218 &= \left(\frac{1}{1+i}\right) \\ i &= 12,96\% \end{aligned}$$

Jawab: E.

23. Sebuah hutang sebesar USD 20.000 akan dibayarkan dengan pembayaran tahunan selama 12 tahun yang dibayarkan setiap akhir tahun. Diketahui $(1+i)^4 = 2$. Berapakah sisa pokok hutang segera setelah pembayaran ke-4 dilakukan? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. USD 14.143

    b. USD 16.243

    c. USD 17.143

    d. USD 19.243

    e. USD 21.143

Pembahasan:

$$\begin{aligned}(1+i)^4 &= 2\\ i &= 0,189207115\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R &= \frac{L}{a_{\overline{12}|i}}\\ &= \frac{20.000}{\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{1,189207115}\right)^{12}}{0,189207115}}\\ &= 4.324,571429\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}B_4 &= 4.324,571429\left[\frac{1-\left(\dfrac{1}{1,189207115}\right)^{8}}{0,189207115}\right]\\ &= 17.142,85714\\ &\approx 12.143\end{aligned}$$

Jawab: C.

24. Sebuah proyek investasi diketahui sebagai berikut :

    Investasi awal (C0) : USD 2.000

    Investasi tahun pertama (C1) : USD 1.000

    Hasil pengembalian tahun pertama (R1) : USD 2.000

    Hasil pengembalian tahun kedua (R2) : USD 4.000

    Hitunglah tingkat imbal hasil internal (*Internal rate of return*) dari proyek investasi ini! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. 25%

    b. 30%

    c. 40%

    d. 50%

    e. 100%

    Pembahasan:

    Dari arus kas pada proyek investasi tersebut didapatkan persamaan

$$C_0 = \frac{R_1 - C_1}{1+i} + \frac{R_2}{(1+i)^2}$$
$$2.000 = \frac{1.000}{1+i} + \frac{4.000}{(1+i)^2}$$

    Nilai i yang memenuhi persamaan di atas adalah *internal rate of return* dari proyek investasi yaitu $i = 68,61406616 \approx 68,614\%$. Jawaban yang paling dekat dengan ini adalah 50%.

    Jawab: D.

25. Diketahui tingkat bunga nominal setahun yang dikonversikan kwartalan adalah ekivalen dengan tingkat bunga diskonto sebesar 8% setahun yang dikonversikan bulanan. Berapakah tingkat bunga nominal tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. $6,06\%$

    b. $7,00\%$

    c. $7,88\%$

    d. $8,11\%$

    e. $8,25\%$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
\left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 &= \left(1-\frac{d^{(12)}}{12}\right)^{-12} \\
\left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 &= \left(1-\frac{0,08}{12}\right)^{-12} \\
i^{(4)} &= 0,081078 \\
&\approx 0,0811 \\
&= 8,11\%
\end{aligned}$$

Jawab: D.

26. Diketahui sebuah obligasi 10 tahun (*10-year bond*) dengan informasi di bawah ini :

    - Nilai par (*par value*) : \$1.000
    - Kupon tahunan $8,4\%$ dibayarkan setiap setengah tahun
    - Nilai tebus (*redemption value*) : \$1.050
    - Obligasi ini dibeli untuk tingkat pengembalian (*yield*) sebesar 10% dikonversikan setiap setengah tahun
    - Harga dari obligasi ini adalah $\$919,15$

    Berapakah tingkat imbal hasil sampai jatuh tempo (*yield to maturity*)?

    a. $8,00\%$

    b. $8,40\%$

    c. $9,14\%$

    d. $10,00\%$

    e. $10,85\%$

    Pembahasan:

    Pada akhir tahun ke - 10, jumlah uang yang dimiliki oleh pembeli obligasi tersebut merupakan penjumlahan dari nilai tebus dan akumulasi dari kupon yaitu :

$$\begin{aligned} K &= C + Frs_{\overline{20}|i} \\ &= 1.050 + (1.000)(0,042)\left[\frac{(1,05)^{20}-1}{0,05}\right] \\ &= 2.438,770072 \end{aligned}$$

Jumlah tersebut setara dengan harga obligasi mula - mula sebesar $P = 919,15$ dan diakumulasikan dengan tingkat imbal hasil efektif tahunan sebesar j sampai dengan akhir tahun ke-10. Denagan demikian :

$$\begin{aligned} K &= P(1+j)^{10} \\ 2.438,770072 &= 919,15(1+j)^{10} \\ j &= \left(\frac{2.438,770072}{919,15}\right)^{1/10} - 1 \\ &= 0,1025 \\ &\approx 0,10 \\ &= 10\% \end{aligned}$$

Jadi, tingkat imbal hasil sampai jatuh tempo adalah 10%.

Jawab: D.

27. Hitunglah harga obligasi dengan kupon nol percent (*zero coupon bond*) yang jatuh tempo dalam periode 10 tahun pada nilai Rp 100 juta. Diketahui tingkat imbal hasil efektif (*effective yield rate*) sebesar 12%. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. Rp 28.800.000

    b. Rp 30.000.000

    c. Rp 31.200.000

    d. Rp 31.800.000

    e. Rp 32.200.000

Pembahasan:

$$\begin{aligned} P &= \left(F \times r \times a_{\overline{10}|0,12}\right) + (C \times v^n) \\ &= \left(100.000.000(0) + a_{\overline{10}|0,12}\right) + \left(100.000.000\left(\frac{1}{1,12}\right)^{10}\right) \\ &= 32.197.323,66 \end{aligned}$$

Jawab : E.

28. Seorang pelanggan Bank meminjam sebuah uang dengan tingkat bunga efektif tahunan sebesar $12,5\%$. Pembayaran hutang ini akan sama pada setiap akhir tahun selama n tahun. Bila diketahui porsi bunga dari pembayaran terakhir adalah sebesar Rp 275.000. Hitunglah besar pembayaran setiap tahun dari hutang ini! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!
a. Rp 1.250.000
b. Rp 1.525.000
c. Rp 1.750.000
d. Rp 2.175.000
e. Rp 2.475.000

Pembahasan:

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{I_n}{i} \\ &= \frac{275.000}{12,5\%} \\ &= 2.200.000 \end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} R &= P_n + I_n \\ &= 2.200.000 + 275.000 \\ &= 2.475.000 \end{aligned}$$

Jawab: E.

29. Sejumlah uang didepositokan dengan tingkat bunga efektif 8% setahun selama 5 tahun. Bila diketahui tingkat inflasi adalah 11% per tahun selama 5 tahun tersebut, hitunglah berapa persen nilai dari uang tersebut yang hilang (*lost of purchasing power*) selama periode tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    a. $12,50\%$

    b. $12,80\%$

    c. $13,20\%$

    d. $13,50\%$

    e. $13,80\%$

    Pembahasan:

$$\begin{aligned}(1+i) &= (1+j)(1+r)\\ i+j &= \frac{1,08}{1,11}\\ 1+j &= 0,972972973\end{aligned}$$

    Untuk periode selama 5 tahun

$$\begin{aligned}(1+j)^5 &= 0,972972973^5\\ &= 0,87197\end{aligned}$$

    Sehingga,

$$\begin{aligned}LOPP &= 1-(1+j)^5\\ &= 1-0,87197\\ &= 0,1280\end{aligned}$$

    Jawab: B.

30. Bapak A sedang mempertimbangkan untuk membeli mobil secara kredit selama 24 bulan, dan sedang mempertimbangkan opsi di bawah ini :

    1. Bank X menawarkan kredit mobil dengan tingkat bunga flat 7% per tahun

2. Bank Y menawarkan kredit mobil dengan tingkat bunga efektif 12% per tahun
3. Bank Z menawarkan tingkat bunga nominal 10% per tahun yang dikonversikan bulanan (*convertible monthly*)

Pilihlah urutan besarnya angsuran dari bank di atas :

a. $X > Z > Y$

b. $X > Y > Z$

c. $Y > Z > X$

d. $Z > Y > X$

e. $Z > X > Y$

Pembahasan:

- Bank X

$$\begin{aligned} R &= \frac{P + (P \times 7\% \times 2)}{24} \\ &= P\left(\frac{1 + 14\%}{24}\right) \\ &= 0,0475P \end{aligned}$$

- Bank Y

$$\begin{aligned} (1 + i^*) &= \left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} \\ i^* &= \frac{i^{(12)}}{12} \\ &= 9,48879 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned} R &= \frac{P}{a_{\overline{24}|i}} \\ &= 0,0467874P \end{aligned}$$

- Bank Z

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{P}{a_{\overline{24}|0,00833}} \\
&= 0,0446144P
\end{aligned}
$$

Berdasarkan perhitungan di atas dapat disimpulkan bahwa urutan besarnya angsuran adalah $X > Y > Z$.

Jawab: B.

BAB 6

PEMBAHASAN A10 NOVEMBER 2016

1. Bapak X meminjam uang selama 12 bulan sebesar Rp 100.000.000,00 dengan bunga 6% setahun. Kemudian, dia membayar sebagian dari hutangnya yaitu:

   - Rp 25.000.000,00 pada akhir bulan ke-3
   - Rp 50.000.000,00 pada akhir bulan ke-8

   Berapakah pembayaran yang harus dilakukan oleh bapak X pada akhir bulan ke 12 untuk melunasi hutangnya ? (Bila diasumsikan bunga sederhana (*simple interest*))

   A. Rp 25.000.000,00

   B. Rp 26.725.000,00

   C. Rp 27.275.000,00

   D. Rp 28.875.000,00

   E. Rp 35.000.000,00

   Pembahasan:
   Dengan menggunakan *Net Present Value*, kita peroleh persamaan di bawah ini:

$$
\begin{aligned}
100 &= \frac{25}{\left(1+0,06\left(\frac{3}{12}\right)\right)} + \frac{50}{\left(1+0,06\left(\frac{8}{12}\right)\right)} + \frac{X}{\left(1+0,06\left(\frac{12}{12}\right)\right)} \\
100 &= 72,70746495 + \frac{X}{1,06} \\
27.292.535,05 &= \frac{X}{1,06} \\
X &= 27.292.535,05(1,06) \\
&\approx 28.875.000
\end{aligned}
$$

   Jadi pembayaran yang harus dilakukan sebesar Rp 28.875.000,00

Jawab: D.

2. Sebuah Bank A mempunyai penawaran sertifikat deposito seperti di bawah ini:

Jangka Waktu	Tingkat bunga nominal per tahun
1 tahun	$5,00\%$
2 tahun	$6,25\%$
3 tahun	$6,75\%$
4 tahun	$7,25\%$

Dengan ketentuan sebagai berikut:

- Bunga di konversikan setiap 6 bulan (*convertible semiannually*)
- Pencairan sebelum jatuh tempo tidak diijinkan
- Penawaran ini akan terus ada selama 6 tahun ke depan

Seorang investor ingin mencari hasil pengembalian investasi yang paling maksimal selama 6 tahun. Pilihlah dari kombinasi penempatan sertifikat deposito di bawah ini yang akan memberikan hasil paling maksimal!

A. 3 tahun lalu dilanjutkan 3 tahun

B. 4 tahun lalu dilanjutkan 2 tahun

C. 2 tahun dan diperpanjang sebanyak 3 kali

D. 1 tahun dan diperpanjang setiap tahun

E. 4 tahun lalu dilanjutkan 1 tahun dan 1 tahun

Pembahasan:

Tingkat bunga nominal per 6 bulan diberikan oleh tabel di bawah ini:

Jangka Waktu	Tingkat Bunga Nominal Per Tahun	Tingkat Bunga Nominal per 6 Bulan
1 tahun	$5,00\%$	$2,5\%$
2 tahun	$6,25\%$	$3,125\%$
3 tahun	$6,75\%$	$3,375\%$
4 tahun	$7,25\%$	$3,625\%$

Karena diminta hasil yang maksimal, maka kita akan mencoba pada setiap kemungkinan yang ada, dengan menggunakan nilai masa mendatang/ *future value*, yaitu $(1+i)^n$. Bunga yang digunakan akan mengikuti jangka waktuny, sebagai contoh pada opsi 3 tahun, bunga yang kita gunakan adalah bunga semesteran (per 6 bulan) dengan jangka waktu 3 tahun.

- Opsi A : 3 tahun lalu dilanjutkan 3 tahun, maka hasil pengembalian investasi adalah $(1,03375)^{6(2)} = (1,03375)^{12} = 1,489314$
- Opsi B : 4 tahun lalu dilanjutkan 2 tahun, maka hasil pengembalian investasi adalah $(1,03625)^8\ (1,03125)^4 = 1,503738$
- Opsi C : 2 tahun dan diperpanjang sebanyak 3 kali, maka hasil pengembalian investasi adalah $(1,03125)^{12} = 1,446664$
- Opsi D : 1 tahun dan diperpanjang setiap tahun, maka hasil pengembalian investasi adalah $(1,025)^{12} = 1,344888$
- Opsi E : 4 tahun lalu dilanjutkan 1 tahun dan 1 tahun, maka hasil pengembalian investasi adalah $(1,03625)^8\ (1,025)^4 = 1,467614$

Dan kelima opsi tersebut, dapat dilihat bahwa opsi B memberikan hasil paling maksimal.

Jawab: B.

3. Diketahui sejumlah hutang sebesar Rp 100 juta rupiah akan dibayarkan dengan pembayaran yan sama setiap tahunnya selama 12 tahun. Pembayaran ini dilakukan setiap akhir periode. Diketahui tingkat bunga efektif per tahun adalah 8%. Hitunglah berapa besar pembayaran tahunan tersebut?
   Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. Rp 16.300.000,00

   B. Rp 14.331.061,00

   C. Rp 13.269.000,00

   D. Rp 12.725.000,00

   E. Rp 10.115.275,00

Pembahasan:

Dari soal diketahui bahwa:

Jumlah hutang mula-mula (L) = 100.000.000

Periode pembayaran (n) = 12 tahun

$i = 8\%$

Misalkan besar pembayaran tahunan adalah R, maka kita peroleh

$$\begin{aligned} R = \frac{L}{a_{\overline{12}|i}} &= \frac{100.000.000}{\left(\dfrac{1-(1,08)^{-12}}{0,08}\right)} \\ &= 13.269.501,69 \\ &\approx 13.269.502 \end{aligned}$$

Jadi besar pembayaran tahunan adalah 13.269.502

Jawab : C.

4. Pilihlah pernyataan yang benar di bawah ini yang menggambarkan hubungan antara $s_{\overline{n}|}$ dan $a_{\overline{n}|}$:

   (I.) $s_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|}(1+i)^n$

   (II.) $\dfrac{1}{s_{\overline{n}|}} + i = \dfrac{1}{a_{\overline{n}|}}$

   (III.) $\dfrac{1}{a_{\overline{n}|}} + i = \dfrac{1}{s_{\overline{n}|}}$

   A. Hanya I

   B. Hanya II

   C. Pernyataan I dan II

   D. Pernyataan I dan III

   E. Semua Salah

Pembahasan:

I.
$$s_{\overline{n|}} = \frac{(1+n)^n - 1}{i} = \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right](1+i)^n = a_{\overline{n|}}(1+i)^n$$

II.
$$\begin{aligned}\frac{1}{s_{\overline{n|}}} + i &= \frac{i}{(1+i)^n - 1} + i = \frac{i + i(1+i)^n - i}{(1+i)^n - 1} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \\ &= \frac{1}{a_{\overline{n|}}}\end{aligned}$$

III. Dari pernyataan II, kita telah membuktikan bahwa pernyataan II adalah benar. Dengan demikian, pernyataan III adalah salah.

Jadi pernyataan yang benar adalah Pernyataan I dan II

Jawab: C.

5. Sejumlah hutang sebesar Rp 500 juta dibayarkan Rp 25 juta setiap akhir tahun selama 30 tahun. Jika peminjam menggantikan (*replaces*) pokok hutang dengan *sinkin fund* yang menghasilkan tingkat bunga efektif tahunan yang dibayarkan oleh peminjam terhadap hutang ini. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. $2,90\%$

B. $4,25\%$

C. $5,35\%$

D. $7,00\%$

E. $8,90\%$

Pembahasan:

Dari soal diketahui bahwa:

$L = 500.000.000$; $R = 25.000.000$; $n = 30$; dan $j = 3\%$

Catat bahwa j adalah tingkat bunga efektif tahunan dari *sinking fund*.

Misalkan SFD menyatakan dana sinking fund, maka kita peroleh:

$$SFD = \frac{L}{s_{\overline{n}|j}} = \frac{500.000.000}{s_{\overline{30}|0,03}} = \frac{500.000.000}{\left(\frac{(1,03)^{30}-1}{0,03}\right)} = 10.509.629,66$$

Selanjutnya kita akan menghitung tingkat bunga efektif tahunan yang dibayarkan oleh peminjam terhadap hutang (dinotasikan dengan i) dengan menggunakan persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned} R &= SFD + iL \\ 25.000.000 &= 10.509.629,66 + 500.000.000i \end{aligned}$$

Dengan demikian didapatkan $i = 0,02898 \approx 2,90\%$

Jawab: A.

6. Seorang investor setuju dengan perjanjian investasi sebagai berikut:

- Investasi sebesar Rp 8 juta dikontribusikan segera (awal tahun pertama)
- Pendapatan gaji Rp 6 juta dan pengeluaran Rp 3,5 juta di akhir tahun pertama
- Pengeluaran Rp 505 ribu pada akhir tahun kedua
- Pendapatan Rp 10 juta pada akhir tahun ke tiga

Berapakah nilai sekarang dengan tingkat bunga 8% pada awal tahun pertama.
Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 1.685.000,00

B. Rp 1.820.000,00

C. Rp 1.965.000,00

D. Rp 2.165.000,00

E. Rp 2.320.000,00

Pembahasan:

Misal PV menunjukkan nilai sekarang, maka nilainya adalah

$$\begin{aligned}
\text{PV} &= -8.000.000 + \frac{6.000.000}{(1,08)} - \frac{3.500.000}{(1,08)} - \frac{505.000}{(1,08)^2} + \frac{10.000.000}{(1,08)^3} \\
&= 1.820.181,121 \\
&\approx 1.820.000
\end{aligned}$$

Jawab: B.

7. Hitunglah berapakah nilai sekarang dari pembayaran sebesar Rp 2 juta setiap setengah tahun yang dibayarkan segera (pada setiap awal periode) selama 4 tahun, dan Rp 1 juta setelahnya selama 6 tahun selanjutnya. (total menjadi 10 tahun dari sekarang)! Diketahui $i^{(2)} = 4\%$. Manakah jawaban yang paling mendekati di bawah ini?

   A. Rp 22.676.915,00

   B. Rp 23.676.915,00

   C. Rp 24.676.915,00

   D. Rp 25.676.915,00

   E. Rp 26.676.915,00

Pembahasan:
Diketahui $i^{(2)} = 4\%$ sehingga $i = \dfrac{i^{(2)}}{2} = 2\%$

Catat bahwa i menunjukkan tingkat bunga efektif per semester (setengah tahun)

$$\begin{aligned}
\text{PV} &= 2.000.000\ddot{a}_{\overline{8}|i} + 1.000.000\ddot{a}_{\overline{12}|i}.v^8 \\
&= 2.000.000\left[\frac{1-(1,02)^{-8}}{\frac{0,02}{1,02}}\right] + (1,02)^{-8}(1.000.000)\left[\frac{1-(1,02)^{-12}}{\frac{0,02}{1,02}}\right] \\
&= 24.150.453,08
\end{aligned}$$

Jawab: Tidak ada jawaban yang memenuhi

8. Sejumlah dana A diakumulasikan dengan tingkat bunga sederhana sebesar 10%. Dana B diakumulasikan dengan tingkat diskonto sederhana sebesar 5%. Carilah di waktu mana, forces of interest dari dana A dan dana B adalah sama!

   A. 2

   B. 3

   C. 4

   D. 5

   E. 6

   Pembahasan:
   Force of interest dinotasikan dengan δ_t, dimana $\delta_t = \dfrac{a'(t)}{a(t)}$
   Dengan menggunakan asumsi tingkat bunga sederhana sebesar 10%, kita peroleh:

$$\begin{aligned} a(t) &= 1 + it \rightarrow a'(t) = i \\ \delta_t &= \frac{i}{1+it} = \frac{0,1}{1+0,1t} \end{aligned}$$

   Dengan menggunakan tingkat diskonto sederhana sebesar 5%, kita peroleh:

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{1}{1-dt} = (1-dt)^{-1} \rightarrow a'(t) = \frac{d}{(1-dt)^2} \\ \delta_t &= \frac{d}{(1-dt)^2}(1-dt) = \frac{d}{1-dt} = \frac{0,05}{1-0,05t} \end{aligned}$$

   Waktu (t) dimana forces of interest dari dana A dan B adalah sama merupakan penyelesaian dari persamaan di berikut ini:

$$\begin{aligned}
\frac{0,1}{1+0,1t} &= \frac{0,05}{1-0,05t} \\
0,1-0,005t &= 0,05+0,005t \\
0,05 &= 0,01t \\
t &= 5
\end{aligned}$$

Jawab: D.

9. Sebuah obligasi 10 tahun dengan nilai par \$100 dan menghasilkan tingkat kupon 10% yang dibayarkan setiap setengah tahun dan dapat ditebus dengan nilai \$105, dibeli untuk menghasilkan tingkat imbal hasil (*yield rate*) 8% dikonversikan setengah tahunan. Berapakah harga dari obligasi ini ? Pilihlah jawaban yang paling mendekati !

A. $\$115,87$

B. $\$125,87$

C. $\$105,87$

D. $\$120,87$

E. $\$100,87$

Pembahasan:

Diketahui bahwa:

$F = 100$; $r = 5\%$ per semester; $F.r = 100(0,05) = 5$; $n = 20$ semester;
$i = \dfrac{i^{(2)}}{2} = \dfrac{8\%}{2} = 4\%$; dan $C = 105$

Harga dari obligasi berdasarkan keterangan tersebut adalah

$$\begin{aligned} P &= F.r\ a_{\overline{20}|i} + C.v^{20} \\ &= 5\left[\frac{1-(1,04)^{-20}}{0,04}\right] + \frac{105}{(1,04)^{20}} \\ &= 67,95163172 + 47,92062935 \\ &= 115,8722611 \\ &\approx 115,87 \end{aligned}$$

Jawab: A.

10. Sebuah obligasi 12 tahun dengan nilai par \$100 dan 10% kupon setengah tahunan dijual dengan harga \$110. Diketahui pula bahwa kupon tersebut hanya dapat di investasikan kembali dengan tingkat bunga 7% yang dikonversikan setiap setengah tahun. Hitunglah tingkat imbal hasil (yield rate) secara keseluruhan yang didapat oleh si pembeli obligasi selama kurun waktu 12 tahun !

    Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. $8,04\%$

    B. $8,40\%$

    C. $9,14\%$

    D. $10,00\%$

    E. $10,85\%$

    Pembahasan:

    Di akhir tahun ke-12, pembeli obligasi akan menerima sejumlah uang senilai dengan par dari obligasi, yaitu sebesar \$100, ditambah dengan akumulasi dari kupon yang diinvestasikan. Jadi pembeli tersebut akan menerima:

$$100 + 5s_{\overline{24}|0,035} = 100 + 5\left[\frac{(1,035)^{24}-1}{0,035}\right] = 283,332641$$

Dengan nilai investasi awal sebesar harga obligasi, yaitu \$110, setelah 12 tahun pembeli akan menerima \$283, 332641

Misalkan $i^{(2)}$ menyatakan tingkat imbal hasil (*yield rate*) secara keseluruhan yang dikonversikan secara semesteran, maka:

$$\begin{aligned} 110\left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^{24} &= 283,332641 \\ i^{(2)} &= 2\left[\left(\frac{283,332641}{110}\right)^{1/24}-1\right] \\ &= 0,08042 \\ &\approx 8,04\% \end{aligned}$$

Jadi tingkat imbal hasil secara keseluruhan yang didapat oleh pembeli obligasi selama kurun waktu 12 tahun adalah $8,04\%$

Jawab: A.

11. Sejumlah hutang sebesar Rp 100 juta dibayarkan kembali setiap setengah tahun pada akhir periode selama 5 tahun. Diketahui tingkat bunga adalah 8% yang di konversikan setengah tahunan. Hitunglah sisa pokok hutang pada akhir tahun ke 2 (sesaat setelah pembayaran ke 4). Pilihlah jawaban yang paling mendekati !

    A. Rp 60.630.800,00

    B. Rp 62.430.800,00

    C. Rp 64.630.800,00

    D. Rp 66.430.800,00

    E. Rp 68.630.800,00

    Pembahasan:

    Diketahui:

    $L = 100.000.000$; $n = 10$ periode; $i = \dfrac{i^{(2)}}{2} = 4\%$

    Catat bahwa $i = 4\%$ adalah tingkat bunga efektif per semester (setengah tahun).

Misalkan R menyatakan besar cicilan tiap semesternya, maka kita peroleh:

$$R = \frac{L}{a_{\overline{10}|i}} = \frac{100.000.000}{\left(\frac{1-(1{,}04)^{-10}}{0{,}04}\right)} = 12.329.094,43$$

Sisa pokok hutang setelah pembayaran ke-4 adalah

$$\begin{aligned} B_4 &= R\, a_{\overline{6}|i} \\ &= 12.329.094,43 \left[\frac{1-(1,04)^{-6}}{0,04}\right] \\ &= 64.630.800,32 \\ &\approx 64.630.800 \end{aligned}$$

Jawab: C.

12. Bapak Budi membeli sebuah anuitas meningkat (*increasing annuity*) selama 5 tahun sebesar X. Bapak Budi akan menerima Rp 2 jt pada akhir bulan pertama, Rp 4 juta pada akhir bulan kedua, dan setiap akhir bulan berikutnya, pembayaran meningkat sebesar Rp 2 juta. Diketahui tingkat Bunga nominal setahun yang dikonversikan kwartalan adalah 9%. Berapakah X?
Pilihlah jawaban yang paling mendekati.

A. Rp 2.730 juta

B. Rp 2.970 juta

C. Rp 3.120 juta

D. Rp 3.270 juta

E. Rp 3.730 juta

Pembahasan:

Jawab:
Pertama kita akan menghitung terlebih dahulu tingkat bunga efektif bulanan, yaitu $\frac{i^{(12)}}{12}$

$$\left(1+\frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} = \left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^{4} \Rightarrow \frac{i^{12}}{12} = \left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^{1/3} - 1 \quad = \quad \left(1+\frac{0,09}{4}\right)^{1/3} - 1$$
$$= \quad 0,007444$$

Misalkan $\dfrac{i^{(12)}}{12} = 0,007444$ menunjukkan tingkat bunga efektif bulanan, maka kita peroleh nilai X adalah

$$X = 2.000.000(Ia)_{\overline{60}|i} = 2.000.000\left[\frac{\ddot{a}_{\overline{60}|i} - 60V^{60}}{i}\right]$$

dengan $\ddot{a}_{\overline{60}|i} = \dfrac{1-(1,007444)^{-60}}{1-(1,007444)^{-1}} = 48,60831099$
Jadi nilai X adalah

$$2.000.000\left[\frac{48,60831099 - 60(1,007444)^{-60}}{0,007444}\right] = 2.729.260.835 \approx 2.730.000.000$$

Jawab: A.

13. Sebuah obligasi 10 tahun diketahui tidak mempunyai kupon (*zero coupon bond*). Bila tingkat imbal hasil (yield rate) menurun dari 10% menjadi 9%, Berapakah dampak terhadap harga obligasi tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati !

    A. Berdampak lebih dari 10.00%

    B. Harga naik sebesar 10.00%

    C. Harga turun sebesar 10.00%

    D. Harga turun sebesar 9,56%

    E. Harga naik sebesar 9,56%

Pembahasan:

Jika tingkat imbal hasil adalah 10% maka harga obligasinya adalah

$$P_1 = \frac{C}{(1,1)^{10}} = 0,3855432894\, C$$

Jika tingkat imbal hasil adalah 9% maka harga obligasinya adalah

$$P_2 = \frac{C}{(1,09)^{10}} = 0,4224108069\, C$$

Dengan demikian kenaikannya adalah

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{0,0368675175\, C}{0,3855432894\, C} = 0,095625 \approx 9,56\%$$

Jawab: E.

14. Seorang investor berinvestasi sebagai berikut:

    - \$2.000 pada waktu $t = 0$
    - \$1.000 pada waktu $t = 1/2$
    - Pada $t = 1$, terdapat dana sebesar \$3.200

    Hitunglah tingkat bunga sederhana berdasarkan rata-rata setimbang jumlah dana (*simple interest based on dollar-weighted rate of return*)

    A. 8,00%

    B. 8,40%

    C. 9,14%

    D. 10,00%

    E. 10,85%

    Pembahasan:

    Misalkan x menyatakan tingkat bunga sederhana. Berdasarkan *cash flows* tersebut, kita peroleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
2000(1+x)+1000\left(1+\frac{x}{2}\right) &= 3200\\
3000+2500x &= 3200\\
2500x &= 200\\
x=\frac{200}{2500} &= 0,08
\end{aligned}$$

Jawab: A.

15. Suatu dana sebesar Rp 10 juta di investasikan selama 2 tahun dan menghasilkan bunga sebesar Rp 2.544.000,00. Berapakah akumulasi dari dana sebesar Rp 25 juta yang di investasikan dengan tingkat bunga yang sama selama 5 tahun ? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 42.095.000,00

    B. Rp 44.059.000,00

    C. Rp 46.059.000,00

    D. Rp 46.059.000,00

    E. Rp 48.095.000,00

    Pembahasan:

$$\begin{aligned}
A(2) &= A(10)(1+i)^2\\
10.000.000+2.544.000 &= 10.000.000(1+i)^2\\
(1+i)^2 &= \frac{12.544.000}{10.000.000}\\
i &= \sqrt{\frac{12.544.000}{10.000.000}}-1\\
&= 0,12
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan $i = 0,12$, maka akumulasi dana sebesar 25.000.000 selama 5 tahun adalah:

$$\begin{aligned} A(5) &= A(0)(1+i)^5 \\ &= 25.000.000(1,12)^5 \\ &= 44.058.542 \\ &\approx 44.059.000 \end{aligned}$$

Jawab: B.

16. Hitunglah nilai sekarang pada tanggal 1 Januari 2017 dari sebuah anuitas yang membayarkan sejumlah Rp 10 juta rupiah setiap 6 bulan selama 5 tahun pada setiap akhir periode. Jatuh tempo pembayaran pertama dari anuitas ini adalah tanggal 1 April 2017. Pilihlah jawaban yang paling mendekati bila diketahui tingkat suku bunga adalah 10% yang dikonversikan setiap 6 bulan.

    A. Rp 79.150.000,00

    B. Rp 81.250.000,00

    C. Rp 82.750.000,00

    D. Rp 83.150.000,00

    E. Rp83.750.000,00

    Pembahasan:

    Diketahui bahwa:
    $i^{(2)} = 10\% \Rightarrow i^* = \dfrac{i^{(2)}}{2} = 5\%$; $n = 10$ periode
    Nilai saat ini (PV) pada tanggal 1 Oktober 2016 adalah

$$\begin{aligned} PV &= 10.000.000\ a_{\overline{10}|i^*} \\ &= 10.000.000 \left(\frac{1-(1,05)^{-10}}{0,05} \right) \\ &= 77.217.349,29 \end{aligned}$$

Degan demikian, Nilai saat ini (PV) pada tanggal 1 Januari 2017 adalah:

$$\begin{aligned} PV &= 77.217.349,29(1,05)^{0,5} \\ &= 79.124.237,65 \\ &\approx 79.150.000 \end{aligned}$$

Jawab: A.

17. Sebuah obligasi sebesar US \$100 dengan kupon tahunan dan dapat di tebus pada nilai par pada akhir tahun ke15. Pada saat pembelian, dengan harga US \$92, tingkat imbal hasil adalah tepat 1% diatas tingkat kupon. Carilah tingkat imbal hasil dari obligasi ini! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 6,75%

    B. 7,87%

    C. 8,23%

    D. 8,87%

    E. 9,13%

    Pembahasan:
    Diketahui bahwa:
    $F = C = \$100$; $n = 15$; $P = \$92$; $r = i - 0,01$
    Kita akan menghitung tingkat imbal hasil obligasi (dinotasikan dengan i) melalui persamaan harga obligasi, yaitu:

$$\begin{aligned} P &= F\,r\,a_{\overline{n}|i} + C\,V^n \\ 92 &= 100(1-0,01)\left(\frac{1-(1+i)^{-15}}{i}\right) + 100(1+i)^{-15} \end{aligned}$$

    Dengan menyelesaikan persamaan di atas, diperoleh nilai i adalah $9,13\%$

    Jawab: E.

18. Hitunglah tingkat bunga nominal tahunan yang dikonversikan kwartalan bila Rp 10 juta terakumulasi menjadi Rp 23.500.000,00 dalam 15 tahun. (pilihlah jawaban yang paling mendekati)

    A. 5,3%

    B. 5,5%

    C. 5,7%

    D. 5,9%

    E. 6,0%

    Pembahasan:

    Diketahui $A(15) = 23.500.000$, $A(0) = 10.000.000$; dan $n = 15$

    Dengan demikian kita dapatkan

$$
\begin{aligned}
A(15) &= A(0)(1+i)^{15} \\
23.500.000 &= 10.000.000(1+i)^{15} \\
(1+i)^{15} &= 2,35 \\
i &= (2,35)^{1/5} - 1 \\
&= 0,058614547
\end{aligned}
$$

    Selanjutnya kita akan menghitung $i^{(4)}$, yaitu:

$$
\begin{aligned}
\left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 &= 1 + i \\
i^{(4)} &= 4\left[(1+i)^{1/4} - 1\right] \\
&= 4\left[(1,058614547)^{1/4} - 1\right] \\
&= 0,0573685 \\
&\approx 5.7\%
\end{aligned}
$$

Jawab: C.

19. Berapakah tingkat bunga efektif per tahun dari suatu deposito bila diketahui tingkat bunga nominal adalah 16% per tahun dibayarkan 3 bulanan (*convertible quartely*)? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 16,00%

    B. 16,50%

    C. 17,00%

    D. 17,50%

    E. 18,00%

    Pembahasan:

$$\begin{aligned}
(1+i) &= \left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 \\
&= \left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 - 1 \\
&= \left(1+\frac{0,16^{(4)}}{4}\right)^4 - 1 \\
&= (1,04)^4 - 1 \\
&= 0,16985856 \\
&\approx 0,17 \\
&= 17\%
\end{aligned}$$

    Jawab: C.

20. Sebuah hutang sebesar Rp 180 juta dengan tingkat bunga efektip 9% harus dibayarkan pada akhir setiap tahun. Peminjaman kemudian mendepositokan sejumlah dana pada setiap awal tahun ke *sinking fund* yang menghasilkan 8% efektif setahun. Pada akhir tahun ke 10, akumulasi dana deposito tersebut akan tepat sebanyak jumlah yang dibutuhkan untuk

membayar hutang tersebut. Berapakah jumlah yang di depositokan setiap awal tahun? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 10.870.000,00

B. Rp 10.905.000,00

C. Rp 11.505.000,00

D. Rp 11.905.000,00

E. Rp 12.505.000,00

Pembahasan:

Diketahui bahwa

$L = 180.000.000$; $i = 9\%$; $j = 8\%$

Misal X menunjukkan jumlah uang yang didepositokan tiap awal tahun selama 10 tahun di *sinking fund* dengan $j = 8\%$.

Dengan demikian kita peroleh

$$\begin{aligned}
L &= X\ddot{s}_{\overline{10|}j} \\
180.000.000 &= X\frac{(1,08)^{10}-1}{\left(\frac{0,08}{1,08}\right)} \\
180.000.000 &= 15,64548746X \\
X &= 11.504.914,79 \\
&\approx 11.505.000
\end{aligned}$$

Jadi jumlah yang didepositokan tiap awal tahun adalah 11.505.000

Jawab: C.

21. Serangkaian pembayaran dibayarkan pada setiap awal tahun selama 10 tahun. Pembayaran pertama adalah Rp 2.500.000,00. Setiap pembayaran selanjutnya sampai pembayaran ke 10 meningkat sebesar 2% dari pembayaran sebelumnya. Berapakah nilai sekarang dari rangkaian pembayaran diatas pada saat pembayaran pertama di lakukan,bila diketahui tingkat bunga efektife per tahun adalah 3% ? Pilihlah jawaban yang paling mendekati !

A. Rp 27.175.570,00

B. Rp 26.132.177,00

C. Rp 25.275.570,00

D. Rp 24.932.177,00

E. Rp 24.935.570,00

Pembahasan:

Nilai saat ini (PV) dari rangkaian pembayaran tersebut adalah

$$\begin{aligned} PV &= 2.500.000\left[1+\frac{1,02}{1,03}+\left(\frac{1,02}{1,03}\right)^2+...+\left(\frac{1,02}{1,03}\right)^9\right] \\ &= 2.500.000\left[\frac{1-\left(\frac{1,02}{1,03}\right)^{10}}{1-\left(\frac{1,02}{1,03}\right)}\right] \\ &= 23.935.569,97 \\ &\approx 23.935.570 \end{aligned}$$

Jawab: E.

22. Diketahui suatu hutang dibayarkan sebagai berikut:

- Rp 10 juta per setengah tahun,selama 10 kali pembayaran dan dibayarkan pada akhir periode.
- Setelah itu pembayaran sebesar Rp 5 juta selama 10 kali selanjutnya,pembayaran dilakukan setiap setengah tahun dan dibayarkan pada akhir periode.

Diketahui tingkat bunga nominal tahunan adalah 8% yang dikonversikan setiap setengah tahun (*convortible semi annually*)

Hitunglah sisa hutang (*outstanding loan balance*) sesaat setelah pembayaran ke 5 dilakukan! Pilihlah jawaban yang paling mendekati.

A. Rp 54.342.885,00

B. Rp 58.516.110,00

C. Rp 62.251.275,00

D. Rp 77.851.050,00

E. Rp 79.751.125,00

Pembahasan:

Diketahui bahwa $i^{(2)} = 8\% \Rightarrow i^* = \dfrac{i^{(2)}}{2} = 4\%$

Catat bahwa i^* adalah tingkat bunga efektif per semester (setengah tahun)

Kita akan menghitung B_5 dengan menggunakan cara *prospective*, yaitu

$$\begin{aligned}
B_5 &= 10.000.000a_{\overline{5}|i^*} + 5.000.000(1,04)^{-5}.a_{\overline{10}|i*} \\
&= 10.000.000\left[\frac{1-(1,04)^{-4}}{0,04}\right] + 5.000.000(1,04)^{-5}\left[\frac{1-(1,04)^{-10}}{0,04}\right] \\
&= 44.518.223,31 + 33.332.825,51 \\
&= 77.851.048,82 \\
&\approx 77.851.050
\end{aligned}$$

Jawab: D.

23. Sebuah proyek memiliki arus kas seperti di bawah ini

Periode	Arus Kas Bersih (*Net Cash Flow*)
0	1.000
1	A
2	B

Berapakah A dan B sehingga proyek ini memiliki tingkat imbal hasil 20% dan 40% ?

A. -2.600 dan 1.680

B. 2.600 dan 1.680

C. 1.680 dan 2.600

D. 1.680 dan 920

E. 920 dan 1.680

Pembahasan:

Dengan asumsi Imbal Hasil adalah 20%, maka persamaan yang didapatkan adalah

$$-1000 = \frac{A}{1,2} + \frac{B}{(1,2)^2}$$

Dengan asumsi imbal hasil adalah 40%, maka persamaan yang didapatkan adalah

$$-1000 = \frac{A}{1,4} + \frac{B}{(1,4)^2}$$

Nilai A dan B yang memenuhi kedua persamaan di atas adalah $A = -2600$ dan $B = 1680$

Jawab: A

24. Sebuah hutang dibayarkan kembali secara bulanan dengan cicilan Rp 5 juta sebulan dibayarkan setiap kali bulan selama 5 tahun. Diketahui tingkat bunga nimonal per tahun 18% dikonversikan bulanan. Berapakah jumlah pokok hutang yang dibayarkan pada cicilan ke 6 ? Pilihlah jawaban yang paling mendekati !

A. Rp 2.175.000,00

B. Rp 2.205.000,00

C. Rp 2.275.000,00

D. Rp 2.345.000,00

E. Rp 2.405.000,00

Pembahasan:

Diketahui bahwa : $R = 5.000.000$; $i^{(12)} = 18\%$; dan $n = 12 \times 5 = 60$ bulan

Dengan demikian kita peroleh tingkat bunga efektif bulanan adalah

$$i = \frac{i^{(12)}}{12} = \frac{0,18}{12} = 0,015 = 1,5\%$$

Selanjutnya kita akan menghitung pokok hutang yang dibayarkan pada bulan ke-6 yaitu P_6

$$\begin{aligned}
P_t &= R\,V^{n-t+1} \\
P_6 &= R\,V^{60-6+1} \\
&= R\,V^{55} \\
&= 5.000.000\,(1,015)^{-55} \\
&= 2.204.639,9 \\
&\approx 2.205.000
\end{aligned}$$

Jawab: B.

25. Tingkat bunga sederhana sebesar 4% di kreditkan ke suatu dana. Pada periode ke berapakah jumlah bunga yang di kreditkan akan sama dengan jumlah bunga yang di kreditkan dengan tingkat bunga efektif sebesar 2,5% ? pilihlah jawaban yang paling mendekati !

    A. 12

    B. 14

    C. 16

    D. 18

    E. 19

    Pembahasan:

    Misalkan i menyatakan tingkat bunga sederhana, maka tingkat bunga efektif selama t periode waktu adalah

$$i_t = \frac{i}{1 + i(t-1)}$$

Dengan demikian, untuk $i_t = 2,5\%$ dan $i = 4\%$, kita dapatkan

$$\begin{aligned} 0,025 &= \frac{0,04}{1+0,04(t-1)} \\ 0,024+0,001t &= 0,04 \\ t &= \frac{0,04-0,024}{0,001} \\ &= 16 \end{aligned}$$

Jadi $t = 16$

Jawab: C.

26. Sebuah obligasi dengan nilai pas US \$1.000 selama n tahun,jatuh tempo pada nilai par dan mempunyai tingkat kupon 12% yang dikonversikan setiap setengah tahun. Obligasi ini dibeli untuk memberikan tingkat imbal hasil (*yield rate*) 10% dikonversikan setengah tahunan. Bila masa waktu dari obligasi ini digandakan (*doubled*) harga akan naik sebesar US \$50. Hitunglah harga dari obligasi n tahun tersebut. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 900

    B. 950

    C. 1.000

    D. 1.050

    E. 1.100

    Pembahasan: Diketahui bahwa:
    $F = C = \$1000$; $r = 6\%$ (r adalah tingkat kupon per semester);
    dan $i = 5\%$ (i adalah tingkat imbal hasil per semester)

    Misal P menyatakan harga dari obligasi tersebut, maka nilai dari P adalah

$$\begin{aligned}
P &= F\,r a_{\overline{k|}i} + C\,V^k \\
P &= 1000(0,06)\left[\frac{1-(1,05)^{-k}}{0,05}\right] + 1000(1,05)^{-k} \\
P &= 1200 - 1200(1,05)^{-k} + 1000(1,05)^{-k} \\
P &= 1200 - 200(1,05)^{-k} \qquad (6.1)
\end{aligned}$$

Jika masa waktu dari obligasi digandakan menjadi $2k$, maka kita peroleh:

$$\begin{aligned}
P + 50 &= 1200 - 200(1,05)^{-2k} \\
P &= 1150 - 200(1,05)^{-2k} \qquad (6.2)
\end{aligned}$$

Dari Persamaan (1) dan Persamaan (2) kita dapatkan

$$\begin{aligned}
1200 - 200(1,05)^{-k} &= 1150 - 200(1,05)^{-2k} \\
50 - \frac{200}{(1,05)^k} + \frac{200}{(1,05)^{2k}} &= 0 \\
(1,05)^{2k} - 4(1,05)^k + 4 &= 0
\end{aligned}$$

Misalkan $x = (1,05)^k$, maka persamaan di atas bisa kita tuliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned}
x^2 - 4x + 4 &= 0 \\
(x-2)^2 &= 0 \\
x &= 2
\end{aligned}$$

Jadi $x = 2 = (1,05)^k \Rightarrow k = \dfrac{\ln(2)}{\ln(1,05)} = 14,2$

Dengan demikian kita peroleh nilai dari P adalah

$$\begin{aligned} P &= 1200 - 200(1,05)^{-k} \\ &= 1200 - 200(1,05)^{-14.2} \\ &= 1099,9673 \\ &\approx 1100 \end{aligned}$$

Jawab: E.

27. Sebuah obligasi 10 tahun dengan nilai par Rp 100 juta dan tingkat kupon tahunan sebesar 10% dibeli pada *premium* untuk memberikan tingkat imbal hasil efektif annual sebesar 8%. Hitunglah porsi dari bunga kupon ke 7. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 10.000.000,00

    B. Rp 9.529.940,00

    C. Rp 10.529.940,00

    D. Rp 8.000.000,00

    E. Rp 8.529.940,00

    Pembahasan:

    Diketahui bahwa:

    $C = F = 100.000.000$; $F.r = 100.000.000(0,1) = 10.000.000$; dan $i = 8\%$.

    Pertama-tama kita akan menghitung B_6, yaitu balance setelah pembayaran cicilan ke-6.

$$\begin{aligned} B_6 &= F.r\ a_{\overline{4}|i} + C\ V^4 \\ &= 10.000.000 \left[\frac{1-(1,08)^{-4}}{0,08}\right] + 100.000.000(1,08)^{-4} \\ &= 106.624.253,7 \end{aligned}$$

Selanjutnya kita akan menghitung porsi dari bunga kupon ke-7, yaitu I_7

$$\begin{aligned} I_7 &= i\ B_6 \\ &= (0,08)(106.624.253,7) \\ &= 8.529.940,296 \\ &\approx 8.529.940 \end{aligned}$$

Jawab: E.

28. Seorang pelanggan Bank meminjamkan sejumlah uang dengan tingkat bunga efektif tahunan sebesar 12,5%. Pembayaran hutang ini akan sama pada setiap akhir tahun selama n tahun. Bila diketahui porsi bunga dari pembayaran terakhir adalah Rp 275.000. Hitunglah besar pembayaran setiap tahun dari hutang ini! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 1.250.000,00

    B. Rp 1.525.000,00

    C. Rp 1.750.000,00

    D. Rp 2.175.000,00

    E. Rp 2.475.000,00

    Pembahasan:

    Diketahui bahwa:

    $I_n = 275.000$ dan $i = 12,5\%$

    Nilai pokok hutang pada akhir periode ke-n adalah

    $$P_n = \frac{I_n}{i} = \frac{275.000}{0,125} = 2.200.000$$

    Dengan demikian besar pembayaran tiap tahun adalah:

    $$R = P_n + I_n = 2.200.000 + 275.000 = 2.475.000$$

    Jawab: E.

29. Sejumlah uang didepositokan dengan tingkat bunga efektif 8% setahun selama 8 tahun. Bila diketahui tingkat inflasi adalah 10% per tahun tersebut, hitunglah berapa persen nilai dari uang tersebut yang hilang (*lost of purchasing power*) selama periode tersebut ? Pilihlah jawaban yang paling mendekati ?

    A. 11,50%

    B. 12,15%

    C. 12,85%

    D. 13,15%

    E. 13,65%

    Pembahasan:

    Diketahui:

    tingkat bunga efektif $(i) = 8\%$; tingkat inflasi $(j) = 10\%$; dan periode $(n) = 8$ tahun

    Kita akan menghitung LOPP, yaitu:

$$\begin{aligned} \text{LOPP} &= 1 - \frac{(1+i)^n}{(1+j)^n} \\ &= 1 - \frac{(1,08)^8}{(1,1)^8} \\ &= 0,136527 \\ &\approx 0,1365 \\ &= 13,65\% \end{aligned}$$

    Jawab: E.

30. Bapak A sedang mempertimbangkan untuk membeli mobil secara kredit selama 24 bulan, dan sedang mempertimbangkan opsi dibawah ini:

    1. Bank X menawarkan kredit mobil dengan tingkat bunga **flat** 6,25% per tahun

    2. Bank Y menawarkan kredit mobil dengan **tingkat bunga efektif** 13,50% per tahun

    3. Bank Z menawarkan **tingkat bunga nominal** 12,00% per tahun yang dikonversikan bulanan (*convertible monthly*)

Pilihlah besarnya angsuran dari bank di atas:

A. X > Z > Y

B. X > Y > Z

C. Y > Z > X

D. Z > Y > X

E. Z > X > Y

Pembahasan:

Misalkan harga mobil yang dicicil adalah M. Kemudian, tinjau masing-masing jenis kredit diatas.

(a) Untuk kredit dengan bunga *flat* atau *simple interest*, diperoleh besar cicilan per bulan adalah :

$$\frac{M + M(6,25\% \times 2)}{24} = 0,046875M$$

(b) Untuk kredit dengan bunga efektif $13,50\%$ per tahun, perlu dicari tingkat bunga efektif per bulan terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} 1 + i &= \left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} \\ \frac{i^{(12)}}{12} &= 0,0106085972466 \\ i^* &= 0,0106085972466 \end{aligned}$$

Misalkan besar cicilan adalah X sehingga :

$$\begin{aligned} M &= Xa_{\overline{24}|i*} \\ X &= \frac{M}{\left(\frac{1 - 1,0106085972466^{-24}}{0,0106085972466}\right)} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh besar cicilan adalah $0,047415M$.

(c) Untuk kredit yang ketiga, diberikan $i^{(12)} = 12\%$ dan tingkat bunga efektifnya adalah $\hat{i} = 12\%/12 = 0,01$. Dengan cara yang sama pada poin sebelumnya, besar cicilan X, adalah

$$
\begin{aligned}
M &= Xa_{\overline{24}|\hat{i}} \\
X &= \frac{M}{\left(\dfrac{1-1,01^{-24}}{0,01}\right)}
\end{aligned}
$$

sehingga diperoleh besar cicilan adalah $0,047073M$.

Jadi, urutan besarnya cicilan adalah $Y > Z > X$.

Jawab: C.

BAB 7

PEMBAHASAN A10 MEI 2017

1. Bapak John meminjam sebesar Rp 50.000.000 yang akan dikembalikan dengan cicilan selama 18 tahun, dengan bunga efektif 12% pertahun. Pembayaran hutang dilakukan pada setiap akhir tahun adalah sebagai berikut.

   - Dalam 6 tahun pertama, total pembayaran cicilan pertahun adalah sebesar 125% dari bunga yang dikenakan.
   - Setelah itu, 12 tahun berikutnya pembayaran cicilan tetap sejumlah X.

   Berapakah X? (pilihlah jawaban yang paling mendekati)

   A. Rp 4.910.909

   B. Rp 5.823.617

   C. Rp 6.618.909

   D. Rp 6.723.617

   E. Rp 8.336.667

   Pembahasan:

   Untuk menghitung soal ini, digunakan tabel amortisasi untuk mencari sisa hutang setelah pembayaran 6 kali sebagai berikut.

t	B_t	$I_t = 0,12B_t$	$R_t = 1,25I_t$	$P_t = R_t - I_t$	$B_{t+1} = B_t - P_t$
0	50.000.000	6.000.000	7.500.000	1.500.000	48.500.000
1	48.500.000	5.820.000	7.275.000	1.455.000	47.045.000
2	47.045.000	5.645.400	7.056.750	1.411.350	45.633.650
3	45.633.650	5.476.038	6.845.048	1.369.010	44.264.641
4	44.264.641	5.311.757	6.639.696	1.327.939	42.936.701
5	42.936.701	5.152.404	6.440.505	1.288.101	41.648.600

   sehingga, didapat $B_6 = 41.648.600$. Lalu, sisa hutang ini akan dicicil dengan cicilan tetap selama 12 tahun sedemikian hingga besar cicilan X adalah

$$X = \frac{B_6}{a_{\overline{12}|12\%}} = \frac{41.648.600}{\frac{1-1,12^{-12}}{0,12}} \approx 6.723.617$$

Jawab: D.

2. Sebuah Bank A mempunyai penawaran sertifikat deposito seperti di bawah ini: Dengan

Jangka Waktu	Tingkat bunga nominal per tahun
1 tahun	5.00%
2 tahun	6.00%
3 tahun	7.00%
4 tahun	7.25%

ketentuan sebagai berikut:

- Bunga di konversikan setiap 6 bulan (*convertible semiannually*).
- Pencairan sebelum jatuh tempo tidak diijinkan.
- Penawaran ini akan terus ada selama 6 tahun ke depan.

Seorang investor ingin mencari hasil pengembalian investasi yang paling maksimal selama 6 tahun. Pilihlah dari kombinasi penempatan sertifikat deposito di bawah ini yang akan memberikan hasil paling maksimal!

A. 3 tahun lalu dilanjutkan 3 tahun

B. 4 tahun lalu dilanjutkan 2 tahun

C. 2 tahun dan diperpanjang sebanyak 3 kali

D. 1 tahun dan diperpanjang setiap tahun

E. 4 tahun lalu dilanjutkan 1 tahun dan 1 tahun

Pembahasan:

Pertama, tinjau nilai tingkat bunga efektif dari masing-masing tahun. Kemudian kita tinjau nilai investasi dari uang senilai 1 dengan masing-masing opsi.

- Opsi A: $FV = (1,035^6)(1,035^6) = 1,511068657$.
- Opsi B: $FV = (1,025^8)(1,03^4) = 1,371323195$.

Jangka Waktu	Tingkat bunga nominal per tahun ($i^{(2)}$)	Tingkat bunga efektif ($\frac{i^{(2)}}{2}$)
1 tahun	5.00%	2.5%
2 tahun	6.00%	3%
3 tahun	7.00%	3.5%
4 tahun	7.25%	3.625%

- Opsi C: $FV = (1,03^4)(1,03^4) = 1,425760887$.
- Opsi D: $FV = (1,025^2)^3 = 1,34888824$.
- Opsi E: $FV = (1,03625^8)(1,025^2)(1,025^2) = 1,467613879$.

Jadi, opsi terbaik adalah opsi A.

Jawab: A.

3. Diketahui sejumlah hutang sebesar Rp 25 juta akan di bayarkan dengan pembayaran yang sama setiap tahunnya selama 8 tahun. Pembayaran ini di lakukan setiap akhir periode. Diketahui tingkat bunga efektif per tahun adalah 10%. Hitunglah berapa besar pembayaran tahunan tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. Rp 4.686.100

   B. Rp 4.886.100

   C. Rp 5.625.000

   D. Rp 5.886.100

   E. RP 6.698.715

   Pembahasan:

   Nilai dari besar cicilan tahunan diatas adalah R, dimana :

$$R = \frac{25.000.000}{a_{\overline{8}|10\%}} \approx 4.686.100,439$$

   Jawab: A.

4. Sebuah anuitas selama 10 tahun dengan pembayaran sebesar Rp 4 juta setiap awal kwartal untuk 5 tahun pertama. Kemudian pembayaran setiap awal kwartalan menjadi Rp 7 juta untuk 5 tahun berikutnya. Bila tingkat suku bunga efektif per tahun adalah 8%, hitunglah nilai sekarang dari anuitas tersebut diatas! Pilihlah jawaban yang paling mendekati.

A. Rp 128.604.274

B. Rp 130.139.227

C. Rp 144.101.532

D. Rp 145.282.736

E. Rp 146.900.927

Pembahasan:

Pertama, perlu dicari nilai bunga efektif per kwartal dimana :

$$\begin{aligned} 1+i &= \left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 \\ \frac{i^{(4)}}{4} &= (1+i)^{1/4}-1 \\ \frac{i^{(4)}}{4} &= 0,019426 \\ i^* &= 0,019426 \end{aligned}$$

dan anuitas itu dibayarkan 20 kali dengan besar 4 juta dan 20 kali lagi dengan ebsar 7 juta, sehingga nilai kini dari anuitas tersebut adalah :

$$\begin{aligned} PV &= 4.000.000 a_{\overline{20}|i^*} + 7.000.000 a_{\overline{20}|i^*} v^{20} \\ &= 4.000.000\left(\frac{1-1,019426^{-20}}{0,019426}\right) + 7.000.000\left(\frac{1-1,019426^{-20}}{0,019426}\right)(1,019426)^{-20} \\ &\approx 146.900.927 \end{aligned}$$

Jawab: E.

5. Sejumlah hutang sebesar Rp 500 juta dibayarkan Rp 20 juta setiap akhir tahun selama 30 tahun. Jika peminjam menggantikan (*replaces*) pokok hutang dengan sinking fund yang menghasilkan tingkat bunga efektif tahunan 2%, hitunglah tingkat bunga efektif tahunan yang dibayarkan oleh peminjam terhadap hutang ini. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. 1,54%

B. 2,15%

C. 2,90%

D. 3,54%

E. 3,90%

Pembahasan:

Diketahui :

$L = 500.000.000$

$R = 20.000.000$

$n = 30$ tahun

$j_{SF} = 2\%$

Akan dicari tingkat bunga i dimana :

$$\begin{aligned}
R &= i\,L + SFD \\
R &= i\,L + \frac{L}{s_{\overline{n}|j_{SF}}} \\
20.000.000 &= i\,500.000.000 + \frac{500.000.000}{\frac{1,02^{30}-1}{0,02}} \\
20.000.000 &= 500.000.000i + 12.324.961,15 \\
i &\approx 1,54\%
\end{aligned}$$

Jawab: A.

6. Seorang investor setuju dengan perjanjian investasi sebagai berikut:

   - Investasi sebesar Rp 8 juta dikontribusikan segera (awal tahun pertama)
   - Pendapatan RP 6 juta dan pengeluaran Rp 3,5 juta di akhir tahun pertama
   - Pengeluaran Rp 505 ribu pada akhir tahun ke dua
   - Pendapatan Rp 10 juta pada akhir tahun ke tiga

   Berapakah nilai sekarang dari investasi diatas dengan menggunakan tingkat bunga efektif 6% per tahun? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. Rp 1.685.000

   B. Rp 1.820.000

   C. Rp 1.980.125

D. Rp 2.215.325

E. Rp 2.305.235

Pembahasan:

Dari $i = 6\%$, didapat nilai $v = 1,06^{-1}$ Nilai kini dari investasi diatas adalah :

$$\begin{aligned} PV &= -8.000.000 + 6.000.000v - 3.500.000v - 505.000v^2 + 10.000.000v^3 \\ &= 2.305.235,194 \end{aligned}$$

Jawab: E.

7. Seorang karyawan berusia 40 tahun merencanakan untuk mulai menabung persiapan pensiun. Usia pensiun yang di rencanakan adalah 65 tahun dan berencana menarik uang pensiun sebesar Rp 60 juta setiap awal tahun mulai usia 65 selama 15 tahun. Bila diketahui tingkat suku bunga efektif selama dia menabung (25 tahun pertama) adalah 8% per tahun dan 7% selama masa pensiun (15 tahun selanjutnya), Berapakah jumlah tabungan yang harus di sisihkan setiap awal tahun selama 25 tahun? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. Rp 6.540.720

   B. Rp 6.921.397

   C. Rp 7.063.978

   D. Rp 7.405.895

   E. Rp 7.924.307

   Pembahasan:

   Misalkan X adalah nominal yang harus disisihkan selama 25 tahun pertama, maka nilai akumulasi dari X tiap tahunnya selama 25 tahun adalah $Xs_{\overline{25}|8\%}$. Nilai ini harus sama dengan nominal uang yang diterima selama 15 tahun berikutnya yaitu, $60.000.000a_{\overline{15}|7\%}$. Artinya,

$$\begin{aligned} Xs_{\overline{25}|8\%} &= 60.000.000a_{\overline{15}|7\%} \\ X\left(\frac{1,08^{25}-1}{0,08/1,08}\right) &= 60.000.000\left(\frac{1-1,07^{-15}}{0,07/1,07}\right) \\ X &\approx 7.405.895 \end{aligned}$$

   Jawab: D.

8. Tingkat diskonto nominal per tahun adalah 5,5% yang dikonversikan bulanan. Berapakah force of interest (the equivalaent force of interest) yang sama dengan tingkat diskonto tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. 4,572%

   B. 4,827%

   C. 5,213%

   D. 5,513%

   E. 5,981%

   Pembahasan:

   Diberikan $d^{(12)} = 5.5\%$, akan dicari nilai *force of interest*, δ. Tinjau bahwa $\delta = \ln(1+i)$. Dilain sisi, $1 + i = \left(1 - \frac{d^{(12)}}{12}\right)^{-12}$, sehingga didapat formula :

$$\delta = \ln\left(1 - \frac{d^{(12)}}{12}\right)^{-12} = \ln\left(1 - \frac{5,5\%}{12}\right)^{-12} \approx 0,055126$$

   Jawab: D.

9. Sebuah obligasi 10 tahun dengan nilai par \$100 dan menghasilkan tingkat kupon 10% yang dibayarkan setiap setengah tahun dan dapat ditebus dengan nilai \$105, dibeli untuk menghasilkan tingkat imbal hasil (yield rate) 8% dikonversikan setengah tahunan. Berapakah harga dari obligasi ini? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. \$ 115,87

   B. \$ 125,87

   C. \$ 105,87

   D. \$ 120,87

   E. \$ 100,87

   Pembahasan:

   Diberikan $F = 100$, $r = 10\%/2$, $C = 105$, $n = 10 \times 2 = 20$ kali, dan $i = 8\%/2$. Dengan menggunakan formula harga obligasi, didapat :

$$P = F\,r\,a_{\overline{n}|i} + Cv^n = 100(5\%)\left(\frac{1 - 1,04^{-20}}{0,04}\right) + 105(1,04)^{-20} \approx 115,87$$

Jawab: A.

10. Sebuah obligasi 12 tahun dengan nilai par Rp 100 juta dan 12% kupon setengah tahunan dijual dengan harga Rp 103 juta. Diketahui pula bahwa kupon tersebut hanya dapat di investasikan kembali dengan tingkat bunga 8% yang di konversikan setiap setengah tahun. Hitunglah tingat imbal hasil (yield rate) secara keseluruhan yang didapat oleh si pembeli obligasi selama kurun waktu 12 tahun! Pilihalah jawaban yang paling mendekati!

    A. 8,0%

    B. 8,4%

    C. 9,1%

    D. 10,0%

    E. 10,8%

    Pembahasan:

    Diberikan $F = 100.000.000$, $r = 12\%/2$, $P = 103.000.000$, $i = 8\%/2$, dan $n = 12 \times 2 = 24$ kali. Nilai total yang didapat pemegang obligasi adalah, K, dimana merupakan total dari nilai par dan pembayaran $F\,r$ selama 24 kali. Hal ini bisa dituliskan sebagai :

$$K = 100.000.000 + 100.000.000(6\%)s_{\overline{24}|4\%} \approx 334.495.624,7$$

    Nilai ini setara dengan nilai investasi uang 103 juta selama 12 tahun ($n = 24$) yaitu,

$$\begin{aligned}
334.495.624,7 &= 103.000.000\left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^{24} \\
i^{(2)} &= 2\left[\left(\frac{334.495.624,7}{103.000.000}\right)^{1/24} - 1\right] \\
i^{(2)} &\approx 0.1 = 10\%
\end{aligned}$$

    Jawab: D.

11. Sejumlah hutang sebesar Rp 120 juta dibayarkan kembali setiap setengah tahun pada akhir periode selama 5 tahun. Diketahui tingkat bunga adalah 6% yang di konversikan setengah tahunan. Hitunglah sisa pokok hutang pada akhir tahun ke 3 (sesaat setelah pembayaran ke 6). Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 52.290.880

B. Rp 62.430.800

C. Rp 64.630.880

D. Rp 72.430.800

E. Rp 74.630.800

Pembahasan:

Pertama, kita perlu mendapatkan cicilan tetap yang dibayarkan, R, dengan pembayaran sebanyak 10 kali dengan tingkat bunga efektif $6\%/2 = 3\%$, dimana :

$$R = \frac{L}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{120.000.000}{a_{\overline{10}|3\%}} \approx 14.067.660,79$$

Dengan demikian, sisa hutang pada pembayaran ke 6, B_6, memenuhi persamaan berikut:

$$B_6 = R\, a_{\overline{10-6}|3\%} = R\, a_{\overline{4}|3\%} = 14.067.660,79 \left(\frac{1 - 1,03^{-4}}{0,03}\right) \approx 52.290.880$$

Jawab: A.

12. Sebuah anuitas selama 12 tahun yang dibayarkan setiap akhir tahun (annuity immediate). Jumlah pembayaran anuitas setiap tahunnya dan kondisi tingkat suka bunga adalah sebagai berikut:

    - Dalam 8 tahun pertama, pembayaran anuitas setiap tahun sebesar Rp 10 juta dan tingkat suku bunga efektif 6%.
    - Dalam 4 tahun berikutnya, pembayaran anuitas setiap tahun sebesar Rp 12 juta dan tingkat suku bunga efektif 4%.

    Berapakah nilai akumulasi dari anuitas diatas pada akhir tahun ke 12? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 158.251,016

    B. Rp 166.743.944

    C. Rp 167.417.892

    D. Rp 173.413.701

    E. Rp 175.910.820

Pembahasan:

Berdasarkan dua pernyataan diatas, diperoleh nilai akumulasi dari kedua anuitas adalah FV, dimana :

$$\begin{aligned} FV &= 10.000.000 s_{\overline{8}|0,06}(1,04)^4 + 12.000.000 s_{\overline{4}|0,04} \\ &= 10.000.000\left(\frac{1,06^8-1}{0,06}\right) + 12.000.000\left(\frac{1,04^4-1}{0,04}\right) \\ &\approx 166.743.944 \end{aligned}$$

Jawab: B.

13. Sebuah obligasi 10 tahun diketahui mempunyai nilai par mula mula sebesar Rp 100 juta dengan tingkat kupon sebesar 8% yang dibayarkan setiap kwartal. Berapakah harga obligasi yang memberikan tingkat imbal hasil (yield rate) 10% efektif? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 83.235.905

    B. Rp 84.477.282

    C. Rp 85.129.488

    D. Rp 122.899.022

    E. Rp 124.370.409

    Pembahasan: Soal dianulir.

14. Seorang investor berinvestasi sebagai berikut:

    - \$ 2.000 pada waktu t = 0
    - \$ 1.000 pada watku t = 1/2
    - Pada t = 1, terdapat dana sebesar \$ 3.200

    Htunglah tingkat bunga sederhana berdasarkan rata rata setimbang jumlah dana (*simple interest based on dollar-weighted rate of return*)

    A. 8,00%

    B. 8,40%

    C. 9,14%

D. 10,00%

E. 10,85%

Pembahasan:

Misalkan A menyatakan uang di awal periode, B uang di akhir periode, dan C nilai di tengah masa investasi, maka didapat $A = 2.000$, $B = 3.200$, dan $C = 1.000$. Lalu, diperoleh nilai investasi $I = B - A - C = 200$. Nilai dari tingkat bunga sederhana dengan menggunakan metode *dollar weighted* adalah :

$$\begin{aligned} i_{DW} &= \frac{2I}{A + B - I} \\ &= \frac{400}{5.000} \end{aligned}$$

Jadi, diperoleh tingkat bunga $i_{DW} = 8\%$. Jawab: A.

15. Seorang karyawan meginvestasikan dana sebesar Rp 500 juta pada saat usia 35 dengan tingkat bunga efektif 8% pertahun sampai karyawan ini pensiun di usia 65 tahun. Ketika berumur 55 tahun, ia memerlukan dana darurat dan memutuskan untuk menarik dana sejumlah hasil investasi selama 10 tahun terakhir (hasil bunga antara usia 45 dan 55). Sisa dananya, diakumulasikan dengan tingkat bunga yang sama. Berapakah dana yang dimiliki karyawan ini untuk pensiun pada saat usia 65 dari dana tersebut diatas? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 1.079.462.500

B. Rp 1.251.016.073

C. Rp 2.330.478.572

D. Rp 3.251.059.000

E. Rp 5.031.328.445

Pembahasan:

Diketahui setiap tahun, pada usia 35 tahun karyawan menginvestasikan dana sebesar 500 juta hingga usianya dan akan diambil pada usia 65 tahun. Lalu pada usianya yang ke 55 tahun, dia menarik hasil investasi selama 10 tahun terakhir, yaitu :

$$A_{55} - A_{45} = 500.000.000(1.08)^{20} - 500.000.000(1.08)^{10} = 1.251.016.073$$

Artinya, uangnya tersisa sebesar hasil investasi pada usia 45 (sebab bunganya sudah diambil) yaitu sebesar

$$500.000.000(1.08)^{10} = 1.079.462.499$$

Sisa dana ini diakumulasikan dengan bunga yang sama sehingga pada usia 65 tahun, uang akan bernilai

$$1.079.462.499(1.08)^{20} \approx 2.330.478.572$$

Jawab: C.

16. Hitunglah nilai sekarang dari sebuah anuitas selama 10 tahun. Pembayaran pertama dari anuitas ini adalah Rp 1 juta, dibayarkan pada akhir tahun dan naik sebesar Rp 1 juta setiap tahunnya sampai dengan pembayaran ke 10 sebesar Rp 10 juta rupiah. Diketahui tingkat suku bunga efektif per tahun adalah 5%. Pilihlah jawaban yang paling mendekati dibawah ini!

    A. Rp 30.144.808

    B. Rp 31.652.048

    C. Rp 33.234.650

    D. Rp 39.373.783

    E. Rp 41.342.472

    Pembahasan:

    Perhatikan bahwa pada soal ini, anuitas bertipe *increasing anuity with arithmetic progression* dimana $P = 1.000.000$ dan 1.000.000, sehingga nilai kini dari anuitas diatas adalah :

$$
\begin{aligned}
PV &= Pa_{\overline{n}|} + Q\frac{a_{\overline{n}|} - nv^n}{i} \\
&= 1.000.000\left(\frac{1-1,05^{-10}}{0,05}\right) + 1.000.000\left(\frac{\left(\frac{1-1,05^{-10}}{0,05}\right) - 10(1,05)^{-10}}{0,05}\right) \\
&\approx 39.373.783
\end{aligned}
$$

Jawab: D.

17. Sebuah perusahaan asuransi menjual produk pensiun yang membayarkan anuitas pasti sebesar 500 setiap akhir tahun selama 12 tahun. Perusahaan ini menginvestasikan premi yang di terima dalam sebuah obligasi dengan kupon tetap (fixed-interest coupon) dengan tingkat kupon tahunan sebesar 15% yang dibayarkan setiap tahun. Obligasi ini dapat dicairkan pada nilai par (redemaable at par) tepat saat 8 tahun. Diketahui pula tingkat suku bunga efektif tahunan adalah 4%. Aktuaris perusahaan diminta untuk menghitung bila ada kenaikan tingkat suku bunga, apakah produk ini akan memberikan laba atau rugi yang diakibatkan dari penurunan asset dan liabilitas yang tidak sama? Pilihlah pernyataan yang paling tepat dari pernyataan di bawah ini!

    A. Tidak ada dampak. Durasi aset dan kewajiban adalah sama, maka kenaikan atau penurunan suku bunga tidak akan memberikan dampak yang sama terhadap asset dan liabilitas produk ini.
    B. Perusahaan akan rugi karena durasi aset lebih besar dari durasi kewajiban.
    C. Perusahaan akan memperoleh laba karena durasi aset lebih kecil dari durasi kewajiban.
    D. Perusahaan akan rugi karena durasi aset lebih kecil dari durasi kewajiban.
    E. Perusahaan akan memperoleh laba karena durasi aset lebih besar dari durasi kewajiban.

Pembahasan:

Untuk mengetahui dampak dari kenaikan tingkat suku bunga, penting mengetahui nilai durasi dari masing-masing instrumen keuangan. Durasi sendiri merupakan suatu ukuran untuke mengetahui sensitivitas nilai *bond* atau utang terhadap perubahan *interest rate*.

Semakin tinggi nilai durasi, maka *bond*/utang akan semakin sensitif terhadap perubahan *interest rate*. Contoh, bila durasi dari *bond* adalah 5, maka nilainya akan berubah 5% (bisa naik atau bisa turun) ketika *interest rate* berubah sebesar 1%.

Kriteria dari durasi:

i. Ketika durasi aset lebih tinggi daripada durasi utang, maka akan terjadi gap yang positif. Artinya, jika *interest rate* naik, nilai aset akan turun lebih besar daripada nilai utang. Hal ini akan mengurangi nilai ekuitas perusahaan. Lalu, jika *interest rate* turun, maka nilai aset akan naik dan menambah nilai ekuitas perusahaan.

ii. Berlaku sebaliknya, ketika durasi aset lebih rendah daripada durasi utang, maka akan terjadi gap yang negatif. Artinya, jika *interest rate* naik, nilai utang akan turun lebih besar daripada nilai aset. Hal ini akan menambah nilai ekuitas perusahaan. Lalu, jika *interest rate* turun, maka nilai utang akan naik dan mengurangi nilai ekuitas perusahaan.

Pada bagian ini, akan ditinjau durasi dari aset dan durasi dari kewajiban / hutang.

(a) Untuk aset perusahaan diasumsikan hanya berasal dari kupon *bond* dengan tingkat kupon tahunan sebesar 15%, $i = 4\%$, $T = 8$ tahun. Misalkan nilai pembayaran dari kupon ini sebesar F, diperoleh :

$$\begin{aligned} MacD(aset) &= \frac{\sum_{t=1}^{8} tv^t C_t}{\sum_{t=1}^{8} v^t C_t} \\ &= \frac{0,15F\left[1\left(1,04^{-1}\right)+2\left(1,04^{-2}\right)+\ldots+8\left(1,04^{-8}\right)\right]+F(1,04^{-8})}{0,15F\left[1,04^{-1}+1,04^{-2}+\ldots+1,04^{-8}\right]+F(1,04)^{-8}} \\ &= 2,9114577 \end{aligned}$$

(b) Untuk kewajiban perusahaan asuransi adalah melakukan pembayaran sebesar 500 setiap akhir tahun selama 12 tahun, sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned}
MacD(utang) &= \frac{\sum_{t=1}^{12} tv^t C_t}{\sum_{t=1}^{12} v^t C_t} \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{12} tv^t (500)}{\sum_{t=1}^{12} v^t (500)} \\
&= \frac{500 \sum_{t=1}^{12} tv^t}{500 \sum_{t=1}^{12} v^t} \\
&= \frac{500 \left[1(1,04^{-1}) + 2(1,04^{-2}) + \ldots + 12(1,04^{-12}) \right]}{500 \left[1,04^{-1} + 1,04^{-2} + \ldots + 1,04^{-12} \right]} \\
&= 6,034348
\end{aligned}$$

Diperoleh durasi aset lebih kecil daripada durasi utang. Berdasarkan sifat dari durasi untuk *interest rate* yang naik, beda durasi berakibat gap yang negatif, sehingga nilai utang akan turun lebih besar daripada nilai aset. Artinya, perusahaan akan memperoleh laba. Jawab: C.

18. Hitunglah tingkat bunga nominal tahunan yang di konversikan 6 bulanan (semi annually) bila Rp 10 juta terakumulasi menjadi Rp 23.600.000 dalam 15 tahun. (pilihlah jawaban yang paling mendekati).

A. 5,5%

B. 5,6%

C. 5,7%

D. 5,8%

E. 5,9%

Pembahasan:

Karena uang 10 juta menjadi 23,6 juta dalam jangka waktu 15 tahun (30 semesteran), maka

:

$$
\begin{aligned}
23.600.000 &= 10.000.000\left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^{30} \\
2,36 &= \left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^{30} \\
i^{(2)} &= 2\left[2,36^{1/30}-1\right] \\
i^{(2)} &\approx 0,058
\end{aligned}
$$

Jawab: D.

19. Berapakah tingkat diskonto efektif per tahun bila diketahui tingkat diskonto nominal adalah 12% per tahun dikonversikan bulanan (convertible monthly)? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 11,36%

    B. 12,68%

    C. 12.82%

    D. 12,96%

    E. 13,18%

    Pembahasan:

    Diberikan $d^{(12)} = 12\%$, akan dihitung nilai d dengan cara berikut :

$$
\begin{aligned}
1-d &= \left(1-\frac{d^{(12)}}{12}\right)^{-12} \\
d &= 1-\left(1-\frac{0,12}{12}\right)^{-12} \\
d &= 1-(0,99)^{-12} \\
d &= 0,113615128 \approx 11,36\%
\end{aligned}
$$

    Jawab: A.

20. Sebuah hutang sebesar USD 10.000 dikenakan tingkat bunga efektif 10%. Hutang ini dibayarkan dengan mengakumulasikan sinking fund dengan tingkat bunga 8% efektif per

tahun untuk membayar kembali hutang ini. Pada akhir tahun ke 10, saldo sinking fund tersebut adalah USD 5.000. Pada akhir tahun ke 11, total pembayaran adalah USD 1.500. Berapakah dari pembayaran ini yang terhitung sebagai porsi bunga? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. USD 400

B. USD 500

C. USD 600

D. USD 800

E. USD 1.000

Pembahasan:

Diketahui $L = 10.000$ dengan $i = 10\%$. Metode pembayaran utang dengan menggunakan *sinking fund* dengan $j_{SF} = 8\%$ dan pada tahun ke 10 sudah terakumulasi sebesar 5.000. Artinya,

$$5.000 = SFD s_{\overline{10}|8\%}$$

$$SFD = \frac{5.000}{\left(\frac{1,08^{10}-1}{0,08}\right)}$$

$$SFD = 345,147$$

Lalu, pada akhir tahun ke 11, total pembayaran adalah 1.500 (***asumsikan bahwa tidak ada pernyataan ini karena menyebabkan ambiguitas***). Dengan tabel amortisasi, didapat nilai pembayaran sebagai berikut :

Sehingga porsi bunga yang dibayarkan adalah $620,338$ atau nilai yang paling mendekati adalah 600.

Jawab: C.

21. Serangkaian pembayaran dilakukan pada setiap akhir tahun selama 20 tahun. Pembayaran pertama adalah Rp 10.000.000 Setiap pembayaran selanjutnya sampai pembayaran ke 20, meningkat sebesar 5% dari pembayaran sebelumnya. Berapakah nilai sekarang dari rangkaian pembayaran diatas bila diketahui tingkat bunga efektif per tahun adalah 7%? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 148.175.570

t	B_t	$I_t = 10\%B_t$	$R_t = P_t + I_t$	$P_t = SFD$	$B_{t+1} = B_t - P_t$
0	10.000	1000.000	1.345,147	345,147	9.654,853
1	9.654,853	965,485	1.310,632	345,147	9.309,706
2	9.309,706	930,971	1.276,118	345,147	8.964,559
3	8.964,559	896,456	1.241,603	345,147	8.619,412
4	8.619,412	861,941	1.207,088	345,147	8.274,265
5	8.274,265	827,427	1.172,574	345,147	7.929,118
6	7.929,118	792,912	1.138,059	345,147	7.583,971
7	7.583,971	758,397	1.103,544	345,147	7.238,824
8	7.238,824	723,882	1.069,029	345,147	6.893,677
9	6.893,677	689,368	1.034,515	345,147	6.548,530
10	6.548,530	654,853	1.000	345,147	6.203,383
11	6.203,383	620,338	965,485	345,147	5.858,236

B. Rp 152.132.177

C. Rp 157.168.726

D. Rp 165.027.163

E. Rp 168.170.537

Pembahasan:

Kasus diatas merupakan anuitas tipe *geometric progression* dengan kenaikan 5%. Diberikan $n = 20$ tahun dengan pembayaran pertama adalah 10.000.000 dan memiliki tingkat bunga 7%. Nilai kini dari anuitas tipe *geometric progression* diberikan oleh

$$PV = 10.000.000 \left(\frac{1 - \left(\frac{1+5\%}{1+7\%}\right)^{20}}{7\% - 5\%} \right) \approx 157.168.726$$

Jawab: C.

22. Diketahui suatu hutang dibayarkan sebagai berikut:

- Rp 10 juta per setengah tahun, selama 10 kali pembayaran dan dibayarkan pada akhir periode.
- Setelah itu dilakukan pembayaran sebesar Rp 5 juta sebanyak 10 kali dimana pembayaran dilakukan setiap setengah tahun dan dibayarkan pada akhir periode.

Diketahui tingkat bunga nominal tahunan adalah 8% yang dikonversikan setiap setengah tahun (*convertible semi annually*). Hitunglah sisa hutang (*outstanding loan balance*) sesaat setelah pembayaran ke 5 dilakukan! Pilihlah jawaban yang paling mendekati.

A. Rp 54.342.885

B. Rp 58.516.110

C. Rp 62.251.275

D. Rp 77.851.050

E. Rp 79.751.125

Pembahasan:

Pertama, perlu dicari nilai utang pada masa kini menggunakan pernyataan pertama dan kedua dengan tingkat bunga efektif $8\%/2 = 4\%$, yaitu :

$$L = 10.000.000 a_{\overline{10}|4\%} + 5.000.000 a_{\overline{10}|4\%} (1.04)^{-10} \approx 108.506.110$$

Kemudian, dengan menggunakan *retrospective outstanding loan balance*, diperoleh sisa utang pada tahun ke 5 yaitu, B_5,

$$\begin{aligned} B_5 &= L(1+i)^5 - Rs_{\overline{5}|} \\ &= 108.506.110(1,04)^5 - 10.000.000 \left(\frac{1.04^5 - 1}{0.04} \right) \\ &\approx 77.851.050 \end{aligned}$$

Jawab: D.

23. Sebuah proyek memiliki arus kas seperti di bawah ini:

Periode	Arus Kas Bersih
0	$(-)$ Rp 1.000.000
1	$(-)$ Rp 1.320.000
2	$(+)$ Rp 2.500.000

Berapakah tingkat imbal hasil (*yield rate*) dari proyek ini? Pilihlah jawaban yang paling mendekati.

A. 2,63%

B. 3,82%

C. 5,25%

D. 7,68%

E. 8,25%

Pembahasan:

Misalkan *yield rate* yang dicari adalah i. Nilai dari *yield rate* akan memenuhi :

$$PV = 0$$

sehingga didapat :

$$\begin{aligned} -1.000.000 - 1.320.000v + 2.500.000v^2 &= 0 \\ -1 - 1,32v + 2,5v^2 &= 0 \end{aligned}$$

dengan menggunakan persamaan untuk mencari akar kuadrat diperoleh :

$$v_{12} = \frac{1,32 \pm \sqrt{1,32^2 - 4(2,5)(-1)}}{2(2,5)} = \frac{1,32 \pm 3,42762}{5}$$

Kita pilih nilai akar yang positif sedemikian hingga kita bisa mendapatkan

$$v = 0,9493437$$

dan nilai $i \approx 5,33\%$.

Jawab: C.

24. Sebuah hutang dibayarkan secara bulanan dengan cicilan Rp 4 juta sebulan dibayarkan setiap akhir bulan selama 5 tahun. Diketahui tingkat bunga nominal per tahun 12% dikonversikan bulanan. Berapakah jumlah pokok hutang yang di bayarkan pada cicilan ke 6? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 2.105.640

B. Rp 2.215.112

C. Rp 2.273.640

D. Rp 2.314.112

E. Rp 2.892.640

Pembahasan:

Diketahui $R = 4.000.000$ dibayarkan bulanan selama lima tahun, sehingga akan ada $n = 60$ kali pembayaran. Diberikan pula tingkat bunga nominal $i^{(12)} = 12\%$. Dari tingkat bunga ini, digunakan tingkat bunga efektif $i = 12\%/12 = 1\%$. Pokok hutang yang dibayarkan pada pembayaran ke-6 ($t = 6$), P_6, adalah

$$P_6 = Rv^{n-6+1} = 4.000.000v^{60-6+1} = 4.000.000(1,01)^{55} \approx 2.314.112$$

Jawab: D.

25. Diketahui tingkat suku bunga sederhana sebesar 9.2% di kreditkan ke suatu dana selama 2,5 tahun. Bila dana mula mula adalah sebesar Rp 500 ribu, berapakah akumulasi dana pada akhir tahun ke 2,5? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 592.500

    B. Rp 615.625

    C. Rp 623.768

    D. Rp 638.750

    E. Rp 645.000

    Pembahasan:

    Dengan menggunakan persamaan akumulasi dana dengan tingkat bunga sederhana :

    $$A_t = A_0(1 + it)$$

    diperoleh :

    $$A_{2,5} = 500.000(1 + (0,092)(2,5)) \approx 615.625$$

    Jawab: B.

26. Sebuah obligasi dengan nilai par US\$ 1.000 selama n tahun, jatuh tempo pada nilai par dan mempunyai tingkat kupon 12% yang di konversikan setiap setengah tahun. Obligasi ini dibeli untuk memberikan tingkat imbal hasil (*yield rate*) 10% dikonversikan setengah tahunan. Bila masa waktu dari obligasi ini digandakan (*doubled*) harga akan naik sebesar US\$ 50. Hitunglah harga dari obligasi n tahun tersebut. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. US$ 900

B. US$ 950

C. US$ 1.000

D. US$ 1.050

E. US$ 1.100

Pembahasan:

Diketahui $F = 1.000$ dengan n tahun memiliki $r = 12\%/2 = 6\%$. Diberikan juga $i = 10\%/2 = 5\%$. Misalkan harga obligasi dengan masa n tahun adalah $P_n = P$ dan harga obligasi dengan masa $2n$ tahun adalah $P_{2n} = P + 50$. Tinjau persamaan harga obligasi dari n tahun dan $2n$ tahun.

(a) Untuk n tahun (terjadi $2n$ kali pembayaran).

$$\begin{aligned} P_n &= 1.000(0,06)a_{\overline{2n}|5\%} + 1.000v^{2n} \\ P &= 60\left(\frac{1-v^{2n}}{0,05}\right) + 1.000v^{2n} \\ P &= 1.200(1-v^{2n}) + 1.000v^{2n} \\ P &= 1.200 - 200v^{2n} \end{aligned}$$

(b) Untuk $2n$ tahun (terjadi $4n$ kali pembayaran).

$$\begin{aligned} P_{2n} &= 1.000(0,06)a_{\overline{4n}|5\%} + 1.000v^{4n} \\ P + 50 &= 60\left(\frac{1-v^{4n}}{0,05}\right) + 1.000v^{4n} \\ P + 50 &= 1.200 - 200v^{4n} \end{aligned}$$

Dengan menggabungkan kedua persamaan diatas, diperoleh :

$$\begin{aligned} \left[1.200 - 200v^{2n}\right] + 50 &= 1.200 - 200v^{4n} \\ 200v^{4n} - 200v^{2n} + 50 &= 0 \\ 4v^{4n} - 4v^{2n} + 1 &= 0 \end{aligned}$$

dengan memisalkan $V = v^{2n}$ diperoleh :

$$\begin{aligned} 4V^2 - 4V + 1 &= 0 \\ (2V-1)^2 &= 0 \\ V &= 0,5 \\ v^{2n} &= 0,5 \end{aligned}$$

sehingga,

$$P = 1.200 - 200v^{2n} = 1.200 - 200(0,5) = 1.100$$

Jawab: E.

27. Sebuah obligasi 10 tahun dengan nilai par Rp 100 juta dan tingkat kupon tahunan sebesar 8% dibeli pada premium untuk memberikan tingkat imbal hasil efektif tahunan sebesar 6%. Hitunglah porsi dari bunga kupon ke 7. Pilihalah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 6.000.000

    B. Rp 6.415.813

    C. Rp 7.213.940

    D. Rp 7.800.000

    E. Rp 8.529.940

    Pembahasan:

    Diberikan obligasi dengan $n = 10$ tahun dengan $F = C = 100.000.000$ serta $r = 8\%$. Lalu, diketahui tingkat imbal hasil efektif $i = 6\%$. Dengan informasi ini, akan dicari porsi bunga dari kupon ke-7, I_7.

$$\begin{aligned} I_7 &= iB_6 \\ &= i\left(F\,r\,a_{\overline{10-6}|i} + Cv^{10-6}\right) \\ &= 0,06\left(100.000.000\,(0,08)\,\left(\frac{1-1,06^{-4}}{0,06}\right) + 100.000.000(1,06)^{-4}\right) \\ &= 6.415.812,674 \end{aligned}$$

    Jawab: B.

28. Hitunglah tingkat bunga efektif yang dihasilkan hasil investasi selama setahun oleh perusahaan asuransi dengan informasi berikut!

    Aset pada awal tahun: Rp 10 milyar

    Penerimaan premi: Rp 1 milyar

    Hasil investasi neto: Rp 510 juta

    Manfaat polis dibayarakan ke nasabah: Rp 420 juta

    Biaya biaya lainnya: Rp 180 juta.

    Di asumsikan arus penerimaan dan pengeluaran kas tejadi secara seragam dalam setahun Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 4,8%

    B. 4,9%

    C. 5,0%

    D. 5,1%

    E. 5,2%

    Pembahasan:

    Misalkan A menyatakan uang di awal periode, B uang di akhir periode, dan I adalah hasil investasi. Lalu, berdasarkan soal didapat nilai A, adalah

    $$A = 10.000.000.000$$

    sedangkan nilai B adalah

    $$B = 10M + 1M + 510jt - 420jt - 180jt = 10.910.000.000$$

    dan hasil investasi I adalah

    $$I = 510.000.000$$

    Lalu, karena investasi ini berlangsung selama periode 1 tahun, digunakan metode *dollar-*

weighted untuk 1 tahun periode, dimana :

$$\begin{aligned} i_{DW} &= \frac{2I}{A+B-I} \\ &= \frac{2(510jt)}{10M + 10,91M - 510jt} \\ &\approx 5\% \end{aligned}$$

Jawab: C.

29. Sejumlah uang didepositokan dengan tingkat bunga efektif 4% setahun selama 6 tahun. Bila di ketahui tingkat inflasi adalah 6% per tahun selama 6 tahun tersebut, hitunglah berapa persen nilai dari uang tersebut yang hilang (*lost of purchasing power*) selama periode tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 8,50%

    B. 10,80%

    C. 11,50%

    D. 12,85%

    E. 13,65%

    Pembahasan:

    Pertama, kita akan cari nilai uang, $(1+j)$, selama satu tahun yang dipengaruhi oleh tingkat bunga, $i = 4\%$, dan tingkat inflasi, $r = 6\%$, dimana :

    $$(1+4\%) = (1+j)(1+6\%)$$

    sehingga bisa kita peroleh $(1+j) = 0,9811$. Karena diminta nilai uang yang terjadi selama periode enam tahun, tinggal dicari nilai $(1+j)^6$ yaitu, $0,89199997$. Artinya, *lost of purchasing power* adalah $10,80\%$.

    Jawab: B.

30. Bapak A sedang mempertimbangkan untuk membeli mobil secara kredit selama 24 bulan, dan sedang mempertimbangkan opsi di bawah ini:

    (a) Bank X menawarkan kredit mobil dengan tingkat bunga flat $6,5\%$ per tahun.

(b) Bank Y menawarkan kredit mobil dengan tingkat bunga efektif $8,0\%$ per tahun

(c) Bank Z menawarkan tingkat bunga nominal $11,0\%$ per tahun yang dikonversikan bulanan (*convertible monthly*).

Pilihlah urutan besarnya angsuran dari bank diatas:

A. $X > Z > Y$

B. $X > Y > Z$

C. $Y > Z > X$

D. $Z > Y > X$

E. $Z > X > Y$

Pembahasan:

Misalkan harga mobil yang dicicil adalah M. Kemudian, tinjau masing-masing jenis kredit diatas.

(a) Untuk kredit dengan bunga *flat* atau *simple interest*, diperoleh besar cicilan per bulan adalah :

$$\frac{M + M(6,5\% \times 2)}{24} = 0,047083M$$

(b) Untuk kredit dengan bunga efektif 8% per tahun, perlu dicari tingkat bunga efektif per bulan terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} 1 + i &= \left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} \\ \frac{i^{(12)}}{12} &= 0,00643403011 \\ i^* &= 0,00643403011 \end{aligned}$$

Misalkan besar cicilan adalah X sehingga :

$$\begin{aligned} M &= Xa_{\overline{24}|i*} \\ X &= \frac{M}{\left(\frac{1 - 1,00643403011^{-24}}{0,00643403011}\right)} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh besar cicilan adalah $0,0451001M$.

(c) Untuk kredit yang ketiga, diberikan $i^{(12)} = 11\%$ dan tingkat bunga efektifnya adalah $\hat{i} = 11\%/12 = 0,0091667$. Dengan cara yang sama pada poin sebelumnya, besar cicilan X, adalah

$$\begin{aligned} M &= Xa_{\overline{24}|\hat{i}} \\ X &= \frac{M}{\left(\frac{1-1,0091667^{-24}}{0,0091667}\right)} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh besar cicilan adalah $0,046607M$.

Jadi, urutan besarnya cicilan adalah $X > Z > Y$.

Jawab: A.

BAB 8

PEMBAHASAN A10 NOVEMBER 2017

1. Bapak John meminjam uang sebesar Rp 80.000.000 yang akan dikembalikan dengan cicilan selama 18 tahun, dengan bunga efektif 10% pertahun. Pembayaran hutang dilakukan pada setiap akhir tahun adalah sebagai berikut

   - Dalam 8 tahun pertama, total pembayaran cicilan pertahun adalah sebesar 150% dari bunga yang dikenakan.
   - Setelah itu, 10 tahun berikutnya pembayaran cicilan tetap sejumlah X.

   Berapakah X? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. Rp 5.910.909

   B. Rp 6.823.617

   C. Rp 7.618.909

   D. Rp 7.723.617

   E. Rp 8.637.490

   Pembahasan:

Waktu (t)	Outstanding Loan Balance (Rp)	Interest (I) 10%$\times$OLB (Rp)	Loan Repayment (150%$\times$I) (Rp)	Principle (Loan Payment Interest) (Rp)	Outstanding Loan Balance (OLB) at $t+1$ (Rp)
0	80.000.000	8.000.000	12.000.000	4.000.000	76.000.000
1	76.000.000	7.600.000	11.400.000	3.800.000	72.200.000
2	72.200.000	7.220.000	10.830.000	3.610.000	68.590.000
3	68.590.000	6.859.000	10.288.500	3.429.500	65.160.500
4	65.160.500	6.516.050	9.774.075	3.258.025	61.902.475
5	61.902.475	6.190.247,5	9.285.371,25	3.095.123,75	58.807.351,25
6	58.807.351,25	5.880.735,125	8.821.102,688	2.940.367,563	55.807.351,25
7	55.866.983,69	5.586.698,369	8.380.047,553	2.793.349,184	53.073.634.5
8	53.073.634,5				

Dari tabel diatas, terlihat bahwa OLB setelah pembayaran cicilan ke - 8 adalah $B(8) = 53.073.634,5$. Dengan demikian kita peroleh:

$$\begin{aligned}
B(8) &= Xa_{\overline{10}|0,1} \\
53.073.634,5 &= X\left[\frac{1-(1,1)^{-}10}{0,1}\right] \\
53.073.634,5 &= 6,144567106X \\
X &= \frac{53.073.634,5}{6,144567106} \\
&= 8.637.489,604 \\
&\approx 8.637.490
\end{aligned}$$

Jawab: E.

2. Sebuah deposito berjangka selama 2 tahun, membayarkan bunga efektip tahunan sebesar 9%. Ditawarkan 2 pilihan pinalti untuk penarikan lebih awal yaitu:

   a. Bunga efektip tahunan menjadi 7%

   b. Kehilangan bunga selama 3 bulan.

   Untuk membantu nasabah menentukan pilihan yang terbaik, hitunglah rasio antara pilihan a dan pilihan b. Berapakah ratio a dan b pada bulan ke 8? (pilihlah jawaban yang paling mendekati). Dan pilihan mana yang lebih baik bila penarikan dilakukan pada bulan ke 15?

   A. 0,99 dan pilihan A

   B. 1,1 dan pilihan B

   C. 1,1 dan piliahan A

   D. 1,01 dan pilihan B

   E. 1,01 dan pilihan A

   Pembahasan:

   Misalkan nilai setoran awal adalah X

   - Nilai akumulasi/ Accumulated Value (AV) pada bulan ke- 8 untuk opsi A adalah : $AV_A = X(1,07)^{\frac{8}{12}}$

- Nilai akumulasi / Accumulated Value (AV) pada bulan ke- 8 untuk opsi B adalah : $AV_B = X(1,09)^{\frac{5}{12}}$

Dengan demikian kita dapatkan rasio antara pilihan A dengan pilihan B pada bulan ke - 8 adalah :

$$\frac{AV_A}{AV_B} = \frac{X(1,07)^{\frac{8}{12}}}{X(1,09)^{\frac{5}{12}}} = 1,00924 \approx 1,01$$

Jika kemudian penarikan dilakukan pada bulan ke - 15, maka nilai akumulasi untuk pilihan A dan pilihan B masing - masing adalah: $AV_A = X(1,07)^{\frac{15}{12}}$ = 1,0882526 X
$AV_B = X(1,09)^{\frac{12}{12}}$ = 1,09 X
Karena $AV_B > AV_A$ pada bulan ke - 15, maka pilihan B lebih baik

Jawab: D.

3. Diketahui sejumlah hutang sebesar Rp 50 juta akan di bayarkan dengan pembayaran yang sama setiap tahunnya selama 12 tahun. Pembayaran ini di lakukan setiap akhir period. Diketahui tingkat bunga efektif per tahun adalah 8%. Hitunglah berapa besar pembayaran tahunan tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. Rp 4.686.100

   B. Rp 4.886.100

   C. Rp 5.625.000

   D. Rp 5.886.100

   E. RP 6.634.750

   Pembahasan:

   Diketahui bahwa : L = 50.000.000 ; n = 12 tahun (periode) ; i = 8% Kita akan menghitung besar pe,bayaran tahunan yang dinotasikan dengan R, yaitu:

$$
\begin{aligned}
L &= Ra_{\overline{n|}i} \\
50.000.000 &= Ra_{\overline{2|}0,08} \\
50.000.000 &= R\left[\frac{1-(1,08)^-12}{0,08}\right] \\
R &= \frac{50.000.000(0,08)}{1-(1,08)^-12} \\
&= 6.634.750,846 \\
&\approx 6.634.750
\end{aligned}
$$

Jawab: E.

4. Sebuah anuitas selama 10 tahun dengan pembayaran sebesar Rp 4 juta di setiap awal setengah tahun untuk 5 tahun pertama. Kemudian pembayaran di setiap awal setengah tahunan menjadi Rp 8 juta untuk 5 tahun berikutnya. Bila tingkat suku bunga efektip per tahun adalah 8%, hitunglah nilai sekarang dari anuitas tersebut diatas! Pilihlah jawaban yang paling mendekati.

   A. Rp 76.898.966

   B. Rp 79.915.781

   C. Rp 82.937.566

   D. Rp 85.282.736

   E. Rp 96.900.927

   Pembahasan:

   Pertama - tama , kita akan menghitung tingkat bunga efektif per semester yang dinotasikan dengan i^*, yaitu :

$$(1+i) = (1+i^*)^2 \Rightarrow i^* = (1+i)^{\frac{1}{2}} - 1 = (1,08)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,03923$$

Selanjutnya kita akan menghitung nilai sekarang (PV) dari anuitas tersebut, yaitu:

$$\begin{aligned} PV &= 4.000.000\ddot{a}_{\overline{0}|i*} + 8.000.000\ddot{a}_{\overline{0}|i*}(1,08)^{-}5 \\ &= 4.000.000\left[\frac{1-(1,03923)^{-}10}{\frac{0,03923}{1,03923}}\right] + 8.000.000\left[\frac{1-(0,03923)^{-}10}{\frac{0,03923}{1,03923}}\right](1,08)^{-}5 \\ &= 33.845.957,32 + 46.069.979,68 \\ &= 79.915.937 \\ &\approx 79.915.781 \end{aligned}$$

Jawab: B.

5. Sejumlah hutang sebesar Rp 500 juta dibayarkan Rp 25 juta setiap akhir tahun selama 30 tahun. Jika peminjam menggantikan (replaces) pokok hutang dengan sinking fund yang menghasilkan tingkat bunga efektif tahunan 1,5%, hitunglah tingkat bunga efektif tahunan yang dibayarkan oleh peminjam terhadap hutang ini. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. 1,54%

   B. 2,34%

   C. 2,90%

   D. 3,54%

   E. 3,90%

   Pembahasan:

   Diketahui bahwa: L=500.000.000 ; j=1,5% ; n=30 ; R=25.000.000 Kita akan menghitung tingkat bunga efektif tahunan yang dibayarkan oleh peminjam (dirotasikan dengan i). Dengan metode sinking fund, kita peroleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} R &= L.i + SFD \\ 25.000.000 &= 500.000.000i + \frac{500.000.000}{s_{\overline{30}|j}} \end{aligned}$$

dimana $s_{\overline{30|}} = \frac{(1{,}015)^30-1}{0{,}015} = 37,53868137$ Dengan demikian kita peroleh:

$$\begin{aligned}
25.000.000 &= 500.000.000i + \frac{500.000.000}{37,53868137} \\
25.000.000 &= 500.000.000i + 13.319.594 \\
i &= \frac{25.000.000 - 13.319.594}{500.000.000} \\
&= 0,02336 \\
&\approx 2,34\%
\end{aligned}$$

Jawab: B.

6. Sebuah hutang sebesar Rp 100 juta, dibayarkan kembali sebesar Rp 8 juta setiap akhir tahun selama 18 tahun. Bila setiap pembayaran langsung di investasikan kembali dengan tingkat bunga efektip 8%per tahun, hitunglah tingkat bunga efektip tahunan yang dihasilkan selama periode 18 tahun! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. 5,80 %

   B. 6,15 %

   C. 6,29 %

   D. 6,79 %

   E. 6,98 %

   Pembahasan:

   Nilai akumulasi (AV) dari cicilan sebesar 8.000.000 setiap akhir tahun pada akhir tahun ke-18 adalah :

$$\begin{aligned}
AV &= 8.000.000 s_{\overline{18|}0,08} \\
&= 8.000.000 \left[\frac{(1,08)^{18} - 1}{0,08}\right] \\
&= 299.601.949,9
\end{aligned}$$

Karena diketahui bahwa besar hutang mula-mula yaitu X=100.000.000, maka kita peroleh

$$\begin{aligned}
AV &= X(1+i)^{18} \\
299.601.949,9 &= 100.000.000(1+i)^{18} \\
i &= (2,996019499)^{\frac{1}{18}} - 1 \\
&= 0,0628566 \\
&\approx 0,0629 \\
&= 6,29\%
\end{aligned}$$

Jadi, tingkat bunga efektif yang dihasilkan selama periode 18 tahun adalah $6,29\%$
Jawab: C.

7. Hitunglah nilai sekarang dari pembayaran sebesar Rp 2 juta setiap 6 bulan dimulai saat ini juga dan berlanjut selama 4 tahun ke depan (total 9 pembayaran) yang dilanjutkan dengan pembayaran sebesar Rp 1 juta setiap 6 bulan selama 10 tahun dimulai dari sekarang pembayaran pertama berakhir (total 21 pembayaran) jika diketahui bunga nominal setahun adalah 8%!

   A. Rp 20.540.720
   B. Rp 21.135.994
   C. Rp 21.866.684
   D. Rp 22.323.071
   E. Rp 25.716.460

   Pembahasan:
   Diketahui bahwa $i^2 = 8\%$, maka tingkat harga bunga efektif per semester adalah $i = \frac{i^2}{2} = 4\%$

Nilai sekarang dari seluruh pembayaran tersebut adalah:

$$\begin{aligned}
PV &= 2.000.000\ddot{a}_{\overline{9}|i} + 1.000.000\ddot{a}_{\overline{21}|i}(1,04)^{-9} \\
&= 2.000.000\left[\frac{1-(1,04)^{-9}}{\frac{0,04}{1,04}}\right] + 1.000.000(1,04)^{-9}\left[\frac{1-(1,04)^{-21}}{\frac{0,04}{1,04}}\right] \\
&= 15.465.489,75 + 10.250.969,75 \\
&= 25.716.459,5 \\
&= 25.716.460
\end{aligned}$$

Jawab: E.

8. Tingkat diskonto nominal per tahun adalah 18% yang dikonversikan bulanan. Berapakah force of interest (the equivalent force of interest) yang sama dengan tingkat diskonto tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. 18,14%

   B. 18,41%

   C. 17,94%

   D. 18,04%

   E. 17,96%

   Pembahasan:

   Diberikan $d^{(12)} = 0,18$ kita akan menghitung force of interest (dinotasikan dengan δ) yang sama dengan tingkat diskonto tersebut, yaitu

$$\begin{aligned}
e^{-\delta} &= \left[1 - \frac{d^{(12)}}{12}\right]^{12} \\
&= \left[1 - \frac{0,18}{12}\right]^{12} \\
&= (0,985)^{12}
\end{aligned}$$

Dengan demikian kita peroleh

$$\begin{aligned} \delta &= -ln[(0,985)^{12}] \\ &= 0,181364 \\ &\approx 0,1814 \\ &= 18,14\% \end{aligned}$$

Jawab: A.

9. Sebuah obligasi 10 tahun dengan nilai par \$ 100 dan menghasilkan tingkat kupon 12% yang dibayarkan setiap setengah tahun dan dapat ditebus dengan nilai \$ 108, dibeli untuk menghasilkan tingkat imbal hasil (yield rate) 8% dikonversikan setengah tahunan. Berapakah harga dari obligasi ini? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. \$ 105,83

   B. \$ 110,83

   C. \$ 120,83

   D. \$ 130,83

   E. \$ 140,83

   Pembahasan:
   Diketahui bahwa: $F = \$100; C = \$108; r = 0,06;$ dan $i = 0,04$
   Kita akan enghitung harga dari obligasi tersebut, yaitu:

$$\begin{aligned} P &= Fra_{\overline{20|}i} + Cv^{20} \\ &= 100(0,06)\left[\frac{1-(1,04)^{-20}}{0,04}\right] + 108(1,04)^{-20} \\ &= 130,8317483 \\ &\approx 130,83 \end{aligned}$$

   Jawab: D.

10. Seorang investor menanam modal sebesar Rp 500 juta hari ini untuk investasi selama 4 tahun yang memberikan hasil Rp 300 juta setiap tahun pada akhir tahun ke 2, ke 3 dan ke 4. Setiap

arus kas masuk di investasikan kembali dengan bunga 6% setahun. Hitunglah nilai sekarang dari investasi ini yang merefleksikan tingkat pengembalian kembali (reinvestment rate) yang divaluasikan pada tingkat bunga 10% setahun selama periode 4 tahun. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 112.332.491

B. Rp 122.332.491

C. Rp 132.332.491

D. Rp 142.332.491

E. Rp 152.332.491

Pembahasan:
Pada akhir tahun keempat, total dana yang dimiliki oleh investor adalah

$$300.000.000((1,06)^2 + (1,06) + 1) - 500.000.000(1,1)^4 = 223.030.000$$

Nilai saat ini (PV) dari total dana yang dimiliki oleh investor tersebut adalah

$$223.030.000 = (1,1)^{-4} = 152.332.491$$

Jawab: E.

11. Sejumlah hutang sebesar Rp 120 juta dibayarkan kembali setiap setengah tahun pada akhir periode selama 5 tahun. Diketahui tingkat bunga adalah 8% yang di konversikan setengah tahunan. Hitunglah sisa pokok hutang pada akhir tahun ke 2 (sesaat setelah pembayaran ke 4). Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 72.290.880

B. Rp 77.556.960

C. Rp 79.630.880

D. Rp 82.430.800

E. Rp 84.630.800

Pembahasan:

Diketahui bahwa : $L = 120.000.000; n = 12$ periode (10 semester); dan $i = 4\%$

Catat bahwa i adalah tingkat bunga efektif per semester.

Pertama-tama, kita akan menghitung nilai cicilan pada tiap-tiap periode pembayaran yang dinotasikan dengan R, yaitu:

$$R = \frac{L}{a_{\overline{10}|i}} = \frac{120.000.000}{\frac{1-(1{,}04)^{-10}}{0{,}04}} = 14.794.913,32$$

Berikutnya, kita akan menghitung sisa pokok hutang sesaat setelah pembayaran keempat, yaitu

$$\begin{aligned} B_4 &= Ra_{\overline{6}|i} \\ &= 14.794.913,32 \left[\frac{1-(1,04)^{-6}}{0,04}\right] \\ &= 77.556.960,41 \\ &\approx 77.556.960 \end{aligned}$$

Jawab: B.

12. Sebuah anuitas selama 10 tahun yang dibayarkan setiap akhir tahun (annuity immediate). Jumlah pembayaran anuitas setiap tahunnya dan kondisi tingkat suka bunga adalah sebagai berikut:

   - Dalam 4 tahun pertama, pembayaran anuitas setiap tahun sebesar Rp 10 juta dan tingkat suku bunga efektif 6%.
   - Dalam 6 tahun berikutnya, pembayaran anuitas setiap tahun sebesar Rp 12 juta dan tingkat suku bunga efektif 4%.

   Berapakah nilai akumulasi dari anuitas diatas pada akhir tahun ke 10? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. Rp 134.948,554

   B. Rp 146.743.944

   C. Rp 152.743.944

D. Rp 167.417.892

E. Rp 173.413.701

Pembahasan:

Nilai akumulasi (AV) dari anuitas tersebut pada akhir tahun ke 10 adalah :

$$\begin{aligned} AV(10) &= 10.000.000 s_{\overline{4}|0,06}(1,04)^6 + 12.000.000 s_{\overline{6}|0,04} \\ &= 10.000.000(1,04)^6 \left[\frac{(1,06)^4 - 1}{0,06}\right] + 12.000.000 \left[\frac{(1,04)^6 - 1}{0,04}\right] \\ &= 55.352.848,23 + 79.595.705,55 \\ &= 134.948.553,8 \\ &\approx 134.948.554 \end{aligned}$$

Jawab: A.

13. 13. Sebuah obligasi 10 tahun diketahui mempunyai nilai par mula mula sebesar Rp 100 juta dengan tingkat kupon sebesar 8% yang dibayarkan setiap setengah tahun. Berapakah nilai sekarang dari nilai akumulasi obligasi tersebut, yang memberikan tingkat imbal hasil (yield rate) 10% efektip? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 83.235.905

B. Rp 88.910.503

C. Rp 90.129.488

D. Rp 122.899.022

E. Rp 124.370.409

Pembahasan:

Pertama-tama, kita akan menghitung tingkat ambil hasil efektif per semester (dinotasikan dengan j), yaitu

$$(1+i) = (1+j)^2 \Rightarrow j = (1+i)^{\frac{1}{2}} - 1 = (1,i)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,04880884817$$

Informasi lain yang diberika adalah F = C = 100.000.000, dan r = 4%

Dengan demikian, nilai sekarang dari obligasi tersebut adalah :

$$\begin{aligned} P &= Fra_{\overline{20|}j} + Cv^{20} \\ &= 4.000.000 \left[\frac{1 - (1,04880884817)^{-20}}{0,04880884817} \right] + 100.000.000(1,04880884817)^{-20} \\ &= 88.910.502,76 \\ &\approx 88.910.503 \end{aligned}$$

Jawab: B.

14. 14. Seorang investor berinvestasi sebagai berikut:

    - $ 2.000 pada waktu t = 0
    - $1.000 pada waktu t = 1/2
    - Pada t = 1, terdapat dana sebesar $ 3.200

    Hitunglah tingkat bunga sederhana berdasarkan rata rata setimbang jumlah dana (simple interest based on dollar-weighted rate of return)

    A. 8,00%

    B. 8,40%

    C. 9,14%

    D. 10,00%

    E. 10,85%

    Pembahasan:

    Diketahui :

    $A = 3200$; $B = 2000$; $C = 1000$

    Dengan demikian diperoleh $I = A - B - C = 3200 - 2000 - 1000 = 200$

Tingkat bunga sederhana berdasarkan rata-rata setimbang jumlah dana diberikan oleh

$$\begin{aligned}
i_{DWYR} &= \frac{2I}{(A+B)-I} \\
&= \frac{2(200)}{5200-200} \\
&= \frac{400}{5000} \\
&= 0,08 \\
&= 8\%
\end{aligned}$$

Jawab: A.

15. Diketahui dana sejumlah Rp 50.000.000 akan menjadi Rp 62.720.000 dalam 2 tahun. Hitunglah akumulasi dari dana sejumlah Rp 80.000.000 pada akhir tahun ke 4 bila dihitung menggunakan bunga majemuk yang sama! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 120.704.000

    B. Rp 125.881.550

    C. Rp 129.149.850

    D. Rp 132.704.000

    E. Rp 135.881.550

    Pembahasan:

    Diberikan $A(2) = 62.720.000$ dan A(0) = 50.000.000. Kita akan menghitung tingkat bunga efektif tahunan, yaitu :

$$\begin{aligned}
A(2) &= A(0)(1+i)^2 \\
62.720.000 &= 50.000.000(1+i)^2 \\
1,2544 &= (1+i)^2 \\
i &= \sqrt{1,2544}-1 \\
&= 0,12
\end{aligned}$$

Kita akan gunakan nilai $i = 0,12$ untuk menghitung akumulasi dari dana sebesar 80.000.000

pada akhir tahun keempat, yaitu:

$$\begin{aligned} A(4) &= A(0)1+i)^4 \\ &= 80.000.000(1,12)^4 \\ &= 125.881.548,8 \\ &\approx 125.881.550 \end{aligned}$$

Jawab: B.

16. Hitunglah nilai sekarang dari sebuah anuitas selama 10 tahun. Pembayaran pertama dari anuitas ini adalah Rp 1 juta, dibayarkan pada akhir tahun dan naik sebesar Rp 1juta setiap tahunnya sampai dengan pembayaran ke 10 sebesar Rp 10 juta rupiah. Diketahui tingkat suku bunga efektip per tahun adalah 5%. Pilihlah jawaban yang paling mendekati dibawah ini!

    A. Rp 30.144.808

    B. Rp 31.652.048

    C. Rp 33.234.650

    D. Rp 39.373.783

    E. Rp 41.342.472

    Pembahasan:

    $$\ddot{a}_{\overline{10}|0,05} = \frac{1-(1,05)^{-10}}{\frac{0,05}{1,05}} = 8,107821676$$

    Nilai saat ini (PV) anuitas tersebut adalah

    $$\begin{aligned} PV &= 1.000.000(Ia)\overline{10}|0,05 \\ &= 1.000.000\left(\frac{\ddot{a}_{\overline{i}|} - 10v^{10}}{i}\right) \\ &= 1.000.000\left(\frac{8,107821676 - 10(1,05)^{-10}}{0,05}\right) \\ &= 39.373.782,81 \\ &\approx 39.373.783 \end{aligned}$$

Jawab: D.

17. Sebuah perusahaan asuransi menjual produk pensiun yang membayarkan anuitas pasti sebesar 500 setiap akhir tahun selama 12 tahun. Perusahaan ini menginvestasikan premi yang di terima dalam sebuah obligasi dengan kupon tetap (fixed-interest coupon) dengan tingkat kupon tahunan sebesar 5% yang dibayarkan setiap tahun. Obligasi ini dapat dicairkan pada nilai par (redemaable at par) tepat saat 8 tahun. Diketahui pula tingkat suku bunga effektip tahunan adalah 4%. Berapakah durasi dari obligasi tersebut diatas? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 5,75 tahun

    B. 6,83 tahun

    C. 7,75 tahun

    D. 8,00 tahun

    E. 12,00 tahun

    Pembahasan:

    Misal F menyatakan per value, dan C menyatakan redemprion value. Karena F=C, maka kita misalkan X=F=C.

    Besar kupon yang dibayarkan per tahun adalah $Fr = X(0,05) = 0,05X$

    Durasi obligasi tersebut adalah

$$\begin{aligned} Durasi &= \frac{0,05X(v + 2v^2 + 3v^3 + ... + 8v^8) + 8Xv^8}{0,05X(v + v^2 + v^3 + ... + v^8) + Xv^8} \\ &= \frac{0,05(v + 2v^2 + 3v^3 + ... + 8v^8) + 8v^8}{0,05(v + v^2 + v^3 + ... + v^8) + v^8} \\ &= \frac{0,05((1,04)^{-1} + 2(1,04)^{-2} + 3(1,04)^{-3} + ... + 8(1,04)^{-8}) + 8(1,04)^{-8}}{0,05((1,04)^{-1} + (1,04)^{-2} + (1,04)^{-3} + ... + (1,04)^{-8}) + (1,04)^{-8}} \\ &= \frac{(0,05)(Ia)\overline{8}|0,04 + 8(1,04)^{-8}}{(0,05)a_{\overline{8}|0,04} + (1,04)^{-8}} \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{\overline{8}|0,04} &= \frac{1-(1,04)^{-8}}{\frac{0,04}{1,04}} = 7,00205467 \\
a_{\overline{8}|0,04} &= \frac{1-(1,04)^{-8}}{0,04} = 6,732744875 \\
(Ia)\overline{8}|0,04 &= \frac{\ddot{a}_{\overline{8}|0,04} - 8(1,04)^{-8}}{0,04} = \frac{7,00205467 - 8(1,04)^{-8}}{0,04} = 28,91332575
\end{aligned}$$

Jadi durasi dari obligasi adalah:

$$\text{Durasi} = \frac{(0,05)(28,91332575) + 8(1,04)^{-8}}{(0,05)(6,732744875) + (1,04)^{-8}}$$

Jawab: B.

18. Hitunglah waktu yang dibutuhkan untuk mengakumulasikan dana sejumlah Rp 100 juta menjadi Rp 150 juta jika diinvestasikan dengan bunga nominal 6% setahun yang dikonversikan setiap setengah tahun. Pilihlah jawaban yang paling mendekati

A. 10,12 tahun

B. 10,72 tahun

C. 11,72 tahun

D. 12,72 tahun

E. 13,72 tahun

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
A(k) &= A(0)(1+i)^k && (8.1) \\
150.000.000 &= 100.000.000(1,03)^k && (8.2) \\
1,5 &= (1,03)^k && (8.3) \\
k &= \frac{ln(1,5)}{ln(1,03)} && (8.4) \\
&= 13,72 && (8.5)
\end{aligned}$$

Jawab: E.

19. 19. Berapakah tingkat bunga efektip per tahun bila diketahui tingkat diskonto nominal adalah 12% per tahun dikonversikan bulanan (convertible monthly)? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 11,36%

    B. 12,68%

    C. 12.82%

    D. 12,96%

    E. 13,18%

    Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
(1+i) &= \left(1-\frac{d^{12}}{12}\right)^{-12} \\
i &= \left(1-\frac{0,12}{12}\right)^{-12}-1 \\
&= 0,128178 \\
&\approx 0,1282 \\
&= 12,82\%
\end{aligned}
$$

    Jawab: C.

20. Sebuah hutang dibayarkan dalam 10 kali pembayaran tahunan sebesar Rp 10 juta (total pembayaran), dibagi dengan 2 cara sebagai berikut:

    - 40% dari hutang tersebut dibayarkan menggunakan metode amortisasi dengan tingkat bunga efektip 5% setahun.
    - Sisanya dibayarkan dengan metode sinking fund dimana pemberi pinjaman mendapatkan bunga 6% efektip setahun terhadap investasinya, dan sinking fund berakumulasi dengan bunga 4% efektip setahun.

    Berapakah jumlah hutang tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 72.581.373

    B. Rp 71.581.373

C. Rp 70.581.373

D. Rp 69.581.373

E. Rp 68.581.373

Pembahasan:

Misalkan :

A adalah besar cicilan tahunan yang dibayarkan dengan metode amortisasi pada tingkat bunga efektif 5% per tahun.

B adalah besar cicilan bunga per tahun dengan metode sinking fund pada tingkat bunga efektif 6% per tahun.

C adalah besar dana pada rekening fund yang diakumulasikan pada tingkat bunga efektif 4% per tahun.

L adalah besar pinjaman / hutang mula-mula.

Berdasarkan keterangan pada soal, kita ketahui bahwa

(i)

$$\begin{aligned} Aa_{\overline{10}|0,05} &= 0,4L \\ A &= \frac{0,4L}{a_{\overline{10}|0,05}} \\ &= \frac{0,4L}{\frac{1-(1,05)^{-10}}{0,05}} \\ &= 0,05180182999L \end{aligned}$$

(ii)

$$B = (0,06)(0,6L) = 0,036L$$

(iii)

$$\begin{aligned} Cs_{\overline{10}|0,04} &= 0,6L \\ C &= \frac{0,6L}{s_{\overline{10}|0,04}} \\ &= \frac{0,6L}{\frac{(1,04)^{10}-1}{0,04}} \\ &= 0,0499745666L \end{aligned}$$

(iv)

$$\begin{aligned}
A + B + C &= 10.000.000 \\
0,05180182999L + 0,036L + 0,0499745666L &= 10.000.000 \\
0,1377763966L &= 10.000.000 \\
L &= \frac{10.000.000}{0,1377763966} \\
&= 72.581.372,77 \\
&\approx 72.581.373
\end{aligned}$$

Jadi jumlah hutang adalah 72.581.373

Jawab: A.

21. Seorang peserta pensiun berusia 50 tahun saat ini memiliki penghasilan sebesar Rp 80 juta setahun. Peserta ini berencana mengkontribusikan 5% dari penghasilannya pada setiap akhir tahun ke dalam sebuah dana pensiun selama 15 tahun. Hitunglah akumulasi dana pensiun ini pada waktu peserta berusia 65 tahun jika kenaikan gaji setiap tahun adalah 5% dan dana pensiun ini menghasilkan tingkat bunga 8% efektip per tahun! Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 145.765.458

    B. Rp 148.132.177

    C. Rp 150.168.726

    D. Rp 155.027.163

    E. Rp 158.170.537

    Pembahasan:

    Nilai saat ini (PV) dari dana pensiun saat peserta berumur 50 tahun

$$\begin{aligned}
PV &= 4.000.000\left(\frac{1}{1,08}+\frac{1,05}{(1,08)^2}+\frac{(1,05)^2}{(1,08)^3}+...+\frac{(1,05)^{14}}{(1,08)^{15}}\right)\\
&= \frac{4.000.000}{1,08}\left(1+\left(\frac{1,05}{1,08}\right)+(frac1,051,08)^2+...+(frac1,051,08)^{14}\right)\\
&= \frac{4.000.000}{1,08}\left[\frac{1-\left(\frac{1,05}{1,08}\right)^{15}}{1-\left(\frac{1,05}{1,08}\right)}\right]\\
&= 45.951.351,5
\end{aligned}$$

Akumulasi dari dana pensiun tersebut pada waktu peserta berusia 65 tahun adalah :

$$\begin{aligned}
AV &= 45.951.351,5(1,08)^{15}\\
&= 145.765,458
\end{aligned}$$

Jawab: A.

22. Sebuah hutang sebesar Rp 15 juta akan dibayarkan kembali dengan pembayaran tahunan pada setiap akhir tahun selama 12 tahun. Jika $(1+i)^4 = 2$, hitunglah sisa hutang sesaat setelah pembayaran ke 4. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

   A. Rp 8.342.885

   B. Rp 10.516.110

   C. Rp 12.857.143

   D. Rp 17.851.050

   E. Rp 19.751.125

   Pembahasan:

   Diketahui bahwa $(1+i)^4 = 2$

   Dengan demikian $(1+i)^{12} = 2^3 = 8$

Pertama-tama, kita akan menghitung nilai cicilan (dinotasikan dengan R), yaitu

$$\begin{aligned}
15.000.000 &= Ra_{\overline{12}|i} \\
&= R\left(\frac{1-(1+i)^{-12}}{i}\right) \\
&= \frac{R}{i}\left(1-\frac{1}{8}\right) \\
\frac{R}{i} &= 15.000.000\left(\frac{8}{7}\right) \\
&= 17.142.857,14
\end{aligned}$$

Oleh karena itu, sisa hutan setelah pembayaran keempat adalah

$$\begin{aligned}
B_4 &= Ra_{\overline{8}|i} \\
&= R\left(\frac{1-(1+i)^{-8}}{i}\right) \\
&= \frac{R}{i}\left(1-\frac{1}{4}\right) \\
&= 17.142.857,14\left(\frac{3}{4}\right) \\
&= 12.857.142,86 \\
&= 12.857.143
\end{aligned}$$

Jawab: C.

23. Sebuah proyek memiliki arus kas seperti di bawah ini:

Periode	Arus kas bersih (*Net cash flow*)
0	(-) Rp.1.000.000
1	(-) Rp.1.320.000
2	(+) Rp.2.500.000

Berapakah tingkat imbal hasil (yield rate) dari proyek ini? Pilihlah jawaban yang paling mendekati

A. 4,63%

B. 5,34%

C. 5,85%

D. 6,15%

E. 6,75%

Pembahasan:

Misal i menyatakan tingkat imbal hasil, maka diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} 1.000.000(1+i)^2 + 1.320.000(1+i) &= 2.500.000 \\ (1+i)^2 + 1,32(1+i) - 2,5 &= 0 \end{aligned}$$

Misalkan $x = 1 + i$, maka kita bisa tuliskan kembali persamaan di atas menjadi

$$x^2 + 1,32x - 2,5 = 0$$

Nilai x yang memenuhi persamaan tersebut adalah $x = 1,05336$

Dari sini kita peroleh $x = 1 + i = 1,05336$

$i = 0,05336 \approx 0,0534 = 5,34\%$ Jawab: B.

24. Sebuah hutang dibayarkan secara kwartalan pada setiap akhir kwartal selama 5 tahun. Diketahui jumlah pokok hutang pada pembayaran ke 3 adalah Rp 10 juta, hitunglah jumlah pokok hutang dari 5 pembayaran terakhir. Tingkat suku bunga nominal 12% per tahun yang di konversikan kwartalan. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 69.966.450

B. Rp 71.966.450

C. Rp 73.966.450

D. Rp 75.966.450

E. Rp 77.966.450

Pembahasan:

Diketahui bahwa:

$P_3 = 10.000.000; n = 20$ periode (20 kwartil); dan $i = 3\%$

Catat bahwa i adalah tingkat bunga efektif per kwartal

Pertama, kita akan menghitung besar cicilan tiap periode (dinotasikan dengan R), yaitu:

$$\begin{aligned} P_t &= Rv^{n-t+1} \\ P_3 &= Rv^{20-3+1} \\ R &= \frac{P_3}{v^{18}} = \frac{10.000.000}{(1,03)^{-18}} \\ &= 17.024.330,61 \end{aligned}$$

Selanjutnya, kita akan menghitung jumlah pokok hutang dari 5 pembayaran terakhir (dinotasikan dengan B_5), yaitu:

$$\begin{aligned} B_5 &= Ra_{\overline{5}|i} \\ &= 17.024.330,61 \left(\frac{1-(1,03)^{-5}}{0,03} \right) \\ &= 77.966.449,26 \\ &\approx 77.966.450 \end{aligned}$$

Jawab: E.

25. Diketahui tingkat suku bunga sederhana sebesar 9,2% di kreditkan ke suatu dana selama 2,5 tahun. Bila dana mula mula adalah sebesar Rp 800 ribu, berapakah akumulasi dana pada akhir tahun ke 2,5? Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 645.000

B. Rp 795.000

C. Rp 845.000

D. Rp 985.000

E. Rp 1.025.000

Pembahasan:

Akumulasi dana pada akhir tahun ke 2,5 adalah

$$\begin{aligned} AV(2,5) &= 800.000(1+(0,092)(2,5)) \\ &= 984.000 \\ &\approx 985.000 \end{aligned}$$

Jawab: D.

26. Sebuah obligasi dengan nilai par US \$1.000 selama n tahun,jatuh tempo pada nilai par dan mempunyai tingkat kupon 12% yang dikonversikan setiap setengah tahun. Obligasi ini dibeli untuk memberikan tingkat imbal hasil (*yield rate*) 10% dikonversikan setengah tahunan. Bila masa waktu dari obligasi ini digandakan (*doubled*) harga akan naik sebesar US \$50. Hitunglah harga dari obligasi n tahun tersebut. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. 900

    B. 950

    C. 1.000

    D. 1.100

    E. 1.200

    Pembahasan:

    Diketahui bahwa:

    $F = C = \$1000$; $r = 6\%$ (r adalah tingkat kupon per semester);

    dan $i = 5\%$ (i adalah tingkat imbal hasil per semester)

    Misal P menyatakan harga dari obligasi tersebut, maka nilai dari P adalah

$$\begin{aligned} P &= F\,r a_{\overline{k}|i} + C\,v^k \\ P &= 1000(0,06)\left[\frac{1-(1,05)^{-k}}{0,05}\right] + 1000(1,05)^{-k} \\ P &= 1200 - 1200(1,05)^{-k} + 1000(1,05)^{-k} \\ P &= 1200 - 200(1,05)^{-k} \qquad (8.6) \end{aligned}$$

Jika masa waktu dari obligasi digandakan menjadi $2k$, maka kita peroleh:

$$
\begin{aligned}
P+50 &= 1200-200(1,05)^{-2k} \\
P &= 1150-200(1,05)^{-2k} \qquad (8.7)
\end{aligned}
$$

Dari Persamaan (1) dan Persamaan (2) kita dapatkan

$$
\begin{aligned}
1200-200(1,05)^{-k} &= 1150-200(1,05)^{-2k} \\
50-\frac{200}{(1,05)^k}+\frac{200}{(1,05)^{2k}} &= 0 \\
(1,05)^{2k}-4(1,05)^k+4 &= 0
\end{aligned}
$$

Misalkan $x=(1,05)^k$, maka persamaan di atas bisa kita tuliskan kembali menjadi:

$$
\begin{aligned}
x^2-4x+4 &= 0 \\
(x-2)^2 &= 0 \\
x &= 2
\end{aligned}
$$

Jadi $x=2=(1,05)^k \Rightarrow k=\dfrac{\ln(2)}{\ln(1,05)}=14,2$

Dengan demikian kita peroleh nilai dari P adalah

$$
\begin{aligned}
P &= 1200-200(1,05)^{-k} \\
&= 1200-200(1,05)^{-14.2} \\
&= 1099,9673 \\
&\approx 1100
\end{aligned}
$$

Jawab: D.

27. Sebuah obligasi 10 tahun dengan nilai par Rp 250 juta dan tingkat kupon tahunan sebesar 10% dibeli pada premium untuk memberikan tingkat imbal hasil efektif annual sebesar 6%. Hitunglah porsi dari bunga pada saat kupon ke 7. Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

    A. Rp 15.000.000

    B. Rp 16.415.813

    C. Rp 17.913.940

    D. Rp 17.079.063

    E. Rp 18.529.940

    Pembahasan:

    Diketahui bahwa :

    $C = F = 250.000.000; r = 0,1; i = 0,06$

    Pertama, kita akan menghitung Balance setelah pembayaran ke-6 (dinotasikan dengan B_6), yaitu:

$$\begin{aligned} B_6 &= Fra_{\overline{4}|i} + Cv^4 \\ &= 250.000.000(0,1)\left[\frac{1-(1,06)^{-4}}{0,06}\right] + 250.000.000(1,06)^{-4} \\ &= 284.651.056,1 \end{aligned}$$

    Selanjutnya, kita akan menghitung porsi bunga saat kupon ke 7 yaitu :

$$\begin{aligned} I_7 &= iB_6 \\ &= (0,06)(284.651.056,1) \\ &= 17.079.063,37 \end{aligned}$$

    Jawab: D.

28. Hitunglah tingkat bunga efektip yang dihasilkan hasil investasi selama setahun oleh perusahaan asuransi dengan informasi berikut! Aset pada awal tahun:Rp 10 milyar Penerimaan premi: Rp 1 milyar Hasil investasi neto: Rp 510 juta Manfaat polis dibayarkan ke nasabah: Rp 420 juta Biaya biaya lainnya: Rp 180 juta. Di asumsikan arus penerimaan

dan pengeluaran kas tejadi secara seragam dalam setahun Pilihlah jawaban yang paling mendekati!

A. 4,8%

B. 4,9%

C. 5,0%

D. 5,1%

E. 5,2%

Pembahasan:

Diketahui bahwa :

$A = 10.000.000$

B = aset awal tahun + penerimaan premi + hasil investasi neto - manfaat polis - biaya lainnya

$B = 10.000.000.000 + 1.000.000.000 + 510.000.000 - 420.000.000 - 180.000.000$

$B = 10.910.000.000$

I = hasil investasi neto - biaya investasi

$I = 510.000.000 - 0 = 510.000.000$

Dengan demikian, kita dapatkan tingkat bunga efektifnya adalah :

$$j = \frac{2I}{A + B - I} = \frac{2(510.000.000)}{10.000.000 + 10.910.000.000 - 510.000.000} = 0,05$$

Jadi, tingkat bunga efektif yang dihasilkan oleh perusahaan adalah 5% Jawab: C.

29. Sejumlah uang didepositokan dengan tingkat bunga efektif 5% setahun selama 6 tahun. Bila di ketahui tingkat inflasi adalah 8% pertahun selama 6 tahun tersebut, hitunglah berapa persen nilai dari uang tersebut yang hilang (lost of purchasing power) selama periode tersebut? Pilihlah jawaban yang paling mendekati?

A. 13,55%

B. 13,80%

C. 14,55%

D. 14,85%

E. 15,55%

Pembahasan:

Diberikan $i = 5\%$; $j = 8\%$ dan $n = 6$ tahun

Kita akan menghitung LOPP, yaitu :

$$\begin{aligned} LOPP &= 1 - \frac{(1+i)^n}{(1+j)^n} \\ &= 1 - \frac{(1+0,05)^6}{(1+0,08)^6} \\ &= 0,1555 \\ &\approx 15,55\% \end{aligned}$$

Jawab: E.

30. Bapak A sedang mempertimbangkan untuk meminjam dana sebesar Rp 180 juta selama 12 bulan, dan sedang mempertimbangkan opsi di bawah ini: 1. Rp 15 Juta dibayarkan pada setiap akhir bulan selama 12 bulan, ditambah dengan biaya bunga sebesar Rp 13 juta yang dibayarkan pada saat hutang disetujui 2. Pembayaran kembali sesuai dengan jadwal amortisasi dengan bunga nominal 12% setahun. HItunglah selisih bunga yang dibayarkan antara opsi 1 dan 2! Pilihlan jawaban yang paling mendekati!

A. Rp 1.000.000

B. Rp 1.086.616

C. Rp 1.286.616

D. Rp 1.586.616

E. Rp 1.786.616

Pembahasan:

- Opsi 1

  Jumlah bunga = 12 x 15.000.000 + 13.000.000 - 180.000.000 = 13.000.000

- Opsi 2

  Cicilan tiap bulan (dinotasikan dengan R) pada tingkat bunga efektif bulanan sebesar i = 1% adalah

$$R = \frac{L}{a_{\overline{12}|i}} = \frac{180.000.000}{\frac{1-(1,01)^{-12}}{0,01}} = 15.992.781,96$$

  Jumlah bunga = (15.992.781,96)(12) - 180.000.000 = 11.913.383,55

  Dengan demikian kita peroleh selisih bunga untuk opsi 1 dan opsi 2 adalah

$$\begin{aligned}
\text{Selisih bunga} &= 13.000.000 - 11.913.383,55 \\
&= 1.086.616,45 \\
&= 1.086.616
\end{aligned}$$

Jawab: B.

BAB 9

PEMBAHASAN A10 MEI 2018

1. Diberikan pernyataan-pernyataan berikut

   (1) Atas investasi sebesar 1, bunga dapat diperoleh di awal periode. Jika diterima di awal periode maka besar bunga adalah d, sementara jika diterima di akhir periode maka besar bunga adalah i. Oleh karena itu, nilai kini (*present value*) dari d adalah i.

   (2) Atas investasi sebesar 1, bunga dapat diperoleh di awal periode. Jika diterima di awal periode maka besar bunga adalah d, sementara jika diterima di akhir periode maka besar bunga adalah i. Oleh karena itu, nilai kini (*present value*) dari i adalah d.

   (3) Atas investasi sebesar v, bunga yang diperoleh di akhir periode adalah sebesar d.

   (4) Atas investasi sebesar i, bunga yang diperoleh di akhir periode adalah sebesar d.

   (5) Investasi sebesar d dapat dikembangkan menjadi pokok sebesar v dan bunga sebesar i di akhir periode.

   Yang manakah yang merupakan interpretasi verbal yang sesuai untuk persamaan $d = iv$?

   A. (1) dan (3)

   B. (1) dan (4)

   C. (2) dan (3)

   D. (2) dan (4)

   E. (1), (3) dan (5)

   Pembahasan:

   Dari lima pernyataan diatas, jawaban yang tepat adalah nomor (2) dan (3) sebab dengan menggunakan formula hubungan antara diskonto dan tingkat suku bunga, didapat:

$$\begin{aligned} (2) \Longrightarrow d &= iv \\ d &= \frac{i}{1+i} \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan diatas dapat disimpulkan bahwa *present value* dari i adalah d, sehingga (2) adalah jawaban benar.

$$\begin{aligned}(3) \Longrightarrow v(1+i) &= v + iv \\ &= v + d\end{aligned}$$

Dengan demikian, apabila dilakukan investasi sebesar v maka di akhir periode akan memperoleh bunga sebesar d. Artinya, (3) juga jawaban benar.
Jawab: C.

2. Sebuah investasi berkembang menjadi dua kalinya dalam kurun waktu 12 tahun 3 bulan. Tentukan *force of interest* atas investasi ini

   A. 5,66 %

   B. 5,70 %

   C. 5,72 %

   D. 5,74 %

   E. 5,82 %

   Pembahasan:

   Diberikan suatu investasi awal A_0 dan investasi akan bernilai $A_t = 2A_0$ dalam kurun waktu $t = 12,25$ tahun. Dicari *force of interest*, δ, dari persamaan diatas, menggunakan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}A_t &= A_0\, e^{\int_0^n \delta dt} \\ 2A_0 &= A_0\, e^{\int_0^n \delta dt} \\ 2 &= e^{\int_0^{12,25} \delta dt} \\ \ln 2 &= \int_0^{12,25} \delta dt \\ \ln 2 &= 12.25\,\delta \\ \delta &= \frac{\ln 2}{12,25} \\ \delta &= 0,05658 \approx 5,66\%\end{aligned}$$

Jawab: A.

3. Seorang karyawan berusia 30 tahun menabung sebesar X setiap akhir tahun di tabungan pensiun yang memberikan tingkat bunga sebesar 6% per tahun. Pada saat karyawan tersebut mencapai usia pensiun 55 tahun, seluruh akumulasi dana dari tabungan pensiun itu akan digunakan untuk membeli anuitas akhir 15 tahun dengan tingkat bunga 5% yang akan memberikan pembayaran tahunan sebesar Rp 24.000.000,- . Berapakah besar tabungan per tahun (X)?

   A. Kurang dari Rp 3.500.000

   B. Antara Rp 3.500.000 dan Rp 4.000.000

   C. Antara Rp 4.000.000 dan Rp 4.500.000

   D. Antara Rp 4.500.000 dan Rp 5.000.000

   E. Lebih dari Rp 5.000.000

Pembahasan: Diketahui:

- Dana sebesar X dan akumulasi selama 25 tahun dengan bunga 6%
- Diberikan pembayaran sebesar 24 juta, jangka waktu 15 tahun dengan bunga 5%

$$\begin{aligned} X.s_{\overline{25}|0,06} &= 24.000.000.a_{\overline{15}|0,05} \\ X &= \frac{24.000.000.a_{\overline{15}|0,05}}{s_{\overline{25}|0,06}} \\ &= \frac{249.111.792}{54,864512} = 4.540.490 \end{aligned}$$

Jawab: D.

4. PT. Bank Banyak Bonus menerbitkan produk tabungan baru dengan fitur seperti berikut :

   a. Nasabah harus melakukan pembayaran berkala setiap awal bulan selama 9 tahun.

   b. Tabungan memberikan tingkat bunga nominal 6% per tahun yang dikonversikan bulanan.

   c. Pada setiap akhir tahun ke-3, 6, dan 9, bank akan memberikan bonus sebesar 2% dari seluruh pembayaran yang dilakukan oleh nasabah hingga tanggal tersebut.

d. Bonus yang diberikan akan diinvestasikan kembali pada tingkat bunga yang sama dengan tabungan dasar.

Tentukan nilai tabungan tersebut pada akhir tahun ke-9 jika seorang nasabah melakukan pembayaran sebesar 1.000 setiap bulannya.

A. 146.066

B. 147.636

C. 147.654

D. 148.350

E. 148.368

Pembahasan:

Dari soal diatas, diperoleh waktu pembayaran berkala adalah 9 tahun dengan bunga 6% per tahun yang dikonversikan bulanan. Artinya, digunakan $i = 6\%/12 = 0,005$ dan pembayaran terjadi sebanyak $9 \times 12 = 108$ kali. Untuk menghitung total pembayaran, akan dibagi menjadi dua bagian yaitu, bagian pokok yang ditabung oleh nasabah dan bagian bonus yang diberikan oleh bank.

- Bagian pokok tabungan. Bagian ini adalah nilai akumulasi dari pembayaran yang telah dilakukan nasabah.

$$1.000\ddot{s}_{\overline{108}|0,5\%} = 1.000\left(\frac{1,005^{108}-1}{0,005/1,005}\right) = 143.453,5992$$

- Bonus. Bagian bonus berisi nominal sebesar 2% dari nilai akumulasi yang diberikan bank kepada nasabah pada saat akhir tahun ke-3, 6, dan 9.

    1. Bonus pada akhir tahun ketiga

    $$2\% \times (1.000\ddot{s}_{\overline{36}|0,5\%}) = 20\left(\frac{1,005^{36}-1}{0,005/1,005}\right) = 786,722.$$

    2. Bonus pada akhir tahun keenam

    $$2\% \times (1.000\ddot{s}_{\overline{72}|0,5\%}) = 20\left(\frac{1,005^{72}-1}{0,005/1,005}\right) = 1.736,82.$$

3. Bonus pada akhir tahun kesembilan

$$2\% \times (1.000\ddot{s}_{\overline{108}|0,5\%}) = 20\left(\frac{1,005^{108}-1}{0,005/1,005}\right) = 2.869,07.$$

Dari dua bagian ini, diperoleh total uang yang akan diperoleh nasabah bila mengikuti produk PT. Bank Banyak Bonus akan mendekati nilai 148.368.

Jawab: E.

5. Tentukan kondisi yang harus dipenuhi oleh *n,p,q,* dan *r* sehingga persamaan berikut benar.

$$a_{\overline{n}|} = \left(a_{\overline{p}|} + s_{\overline{q}|}\right) v^r$$

A. $p+q+r=n$

B. $p+q=n$ dan $n=r$

C. $p+q=n$ dan $p=r$

D. $p+q=n$ dan $q=r$

E. Tidak ada kodisi yang benar

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
a_{\overline{n}|} &= (a_{\overline{p}|} + s_{\overline{q}|})v^r \\
\frac{1-v^n}{i} &= \left(\frac{1-v^p}{i} + \frac{(1+i)^q-1}{i}\right)v^r \\
\frac{1-v^n}{i} &= \frac{1}{i}(1-v^p+(1+i)^q-1)v^r \\
1-v^n &= (1-v^p+(1+i)^q-1)v^r \\
1-v^n &= (-v^p+(1+i)^q)v^r \\
1-v^n &= -v^{p+r}+v^{-q+r} \\
1-v^n &= v^{-q+r}-v^{p+r} \qquad (9.1)
\end{aligned}$$

Dari Persamaan (1) diperoleh $-q+r=0$ sehinggan $r=q$ dan diperoleh $p+r=n$ sehingga $p+q=n$

Jawab: D.

6. Diberikan dua jenis anuitas yang pembayarannya berubah setiap tahun.

   a. Anuitas 10 tahun yang memberikan pembayaran sebesar 5 di akhir pertama dan meningkat sebesar 5 setiap tahunnya. Nilai kini (*present value*) dari anuitas ini pada tingkat bunga i adalah 197.

   b. Anuitas 10 tahn yang memberikan pembayaran sebesar 100 di akhir pertama dan menurun sebesar 10 setiap tahunnya. Nilai kini (*present value*) dari anuitas ini pada tingkat bunga i adalah 456.

   Dengan menggunakan tingkat bunga i yang sama, sebuah anuitas 10 tahun dengan pembayaran R pada setiap tahunnya memiliki nilai kini (*present value*) 85. Tentukan besar R.

   A. 10

   B. 11

   C. 13

   D. 17

   E. 34

   Pembahasan:

$$\begin{aligned} Ia_{\overline{n}|i} &= 5a_{\overline{n}|} + 5\left(\frac{a_{\overline{n}|} - nv^n}{i}\right) = 197 \\ Da_{\overline{n}|i} &= 100a_{\overline{n}|} - 10\left(\frac{a_{\overline{n}|} - nv^n}{i}\right) = 456 \end{aligned}$$

   di mana $n = 10$. Misalkan $a_{\overline{n}|} = x$ dan $\dfrac{a_{\overline{n}|} - nv^n}{i} = y$. Substitusi nilai x, y ini pada persamaan sebelumnya, sehingga didapatkan,

$$5x + 5y = 197$$

$$100x - 10y = 456$$

Selanjutnya akan dilakukan eliminasi sehingga didapatkan, $x = \frac{85}{11}$. Berdasarkan informasi pada soal, diketahui bahwa $R.a_{\overline{n}|} = 85$, yaitu:

$$\begin{aligned} R.a_{\overline{n}|} &= 85 \\ R.x &= 85 \\ R.\frac{85}{11} &= 85 \\ R &= 11 \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh nilai R adalah 11.

Jawab: B.

7. Sebuah perpetuitas memberikan pembayaran sebesar 1.000 setiap akhir tahun ganjil dan 2.000 setiap akhir tahun genap. Sebagai ilustrasi: Perpetuitas ini akan membayarkan 1.000 di akhir tahun ke 2019, 2021, 2021, dst dan membayarkan 2.000 di akhir tahun ke 2020, 2022, 2024, dst. Jika tingkat bunga efektif tahunan yang berlaku adalah 7%, maka nilai kini (*present value*) dari perpetuitas ini pada tanggal 1 Januari 2019 adalah :

   A. 13.803

   B. 21.187

   C. 23.187

   D. 28.571

   E. 30.571

   Pembahasan:

   Karena pembayaran setiap tahun genap dan ganjil berbeda, maka perhitungan perpetuitas ini dibagi menjadi dua bagian sebagai berikut:

Ganjil 31 Desember 2019

$$
\begin{aligned}
A &= 1.000 + 1.000(1+i)^{-2} + 1.000(1+i)^{-4} + ... \\
A &= 1.000(1 + v^2 + v^4 + v^6 + ...) \\
A &= 1.000\left(\frac{1}{1-v^2}\right) \\
A &= 1.000\left(\frac{1}{1-(\frac{1}{1+i})^2}\right) \\
A &= 1.000\left(\frac{1}{1-(\frac{1}{1,07})^2}\right) \\
A &= 7.901,31 \\
PV_1 &= A(1+i)^{-1} \\
PV_1 &= 7.901,31(1+0,07)^{-1} \\
PV_1 &= 7.384,4
\end{aligned}
$$

Genap 31 Desember 2020

$$
\begin{aligned}
B &= 2.000 + 2.000(1+i)^{-2} + 2.000(1+i)^{-4} + 2.000(1+i)^{-6} + ... \\
B &= 2.000(1 + v^2 + v^4 + v^6 + ...) \\
B &= 1.000\left(\frac{1}{1-v^2}\right) \\
B &= 2.000\left(\frac{1}{1-(\frac{1}{1+i})^2}\right) \\
B &= 2.000\left(\frac{1}{1-(\frac{1}{1,07})^2}\right) \\
B &= 1.580,62 \\
PV_2 &= 1.580,62(1+i)^{-2} \\
PV_2 &= 1.580,62(1,07)^{-2} \\
PV_2 &= 1.380,62
\end{aligned}
$$

Jadi total :

$$\begin{aligned} PV_1 + PV_2 &= 7.384,4 + 13.802,62 \\ &= 21.187,02 \end{aligned}$$

Jawab: B.

8. Bapak Tarjimin meminjam uang sebesar 20.000 yang rencananya akan dicicil selama 20 tahun dengan pembayaran sebesar 1.500 di setiap akhir tahun. Setelah melakukan pembayaran selama 5 tahun, pak Tarjimin membuat kesepakatan dengan peminjam untuk berhenti membayar selama beberapa tahun. Pada akhir tahun ke-8, pak Tarjimin memtuskan untuk kembali melanjutkan cicilan dengan terlebih dahulu membayar semua bunga yang berkembang sejak pembayaran terakhirnya. Berapa sisa utang, pak Tarjimin setelah pembayaran bunga tersebut dilakukan?

   A. 14,513

   B. 16,428

   C. 16,586

   D. 18,595

   E. 19,065

   Pembahasan:
   Diberikan $PV = 20.000$, dan diketahui bahwa tahun ke-6 dan ke-7 tidak membayar utang. Akan diformulasikan sisa utang dari pak Tarjimin setelah membayar bunga. Pertama-tama akan dicari i terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} 20.000 &= Xa_{\overline{20}|i} \\ 20.000 &= 1500\left(\frac{1-v^{20}}{i}\right) \\ \frac{40}{3} &= 1 - \frac{\left(1-\frac{1}{1+i}\right)^{20}}{i} \\ i &= 0.042166 \end{aligned}$$

t	Cicilan (X)	Bunga (iB_t)	Pokok (P_t)	Sisa utang (B_{t+1})
1	1500	843,2	656,8	19343,2
2	1500	815,5093	684,4907	18658,71
3	1500	786,6512	713,3488	17945,36
4	1500	756,5764	743,4235	17201,94
5	1500	752,233	774,7663	16427,17
6	0	-	-	-
7	0	-	-	-

Dari tabel amotisasi diatas pembayaran pada baris ke-5 belum terjadi. Artinya, setelah membayar bunga, maka pak Tarjimin memiliki sisa utang sebesar 16.428.

Jawab: B.

9. Suatu utang dibayar dengan cicilan tetap setiap akhir tahun selama 30 tahun. Besar bunga yang dibayarkan pada cicilan ke-21 dan ke-26 adalah 320,82 dan 183,61. Berapakah besar pokok pinjaman yang dibayar pada cicilan ke-26? Bulatkan sampai satuan terdekat.

   A. 430

   B. 456

   C. 483

   D. 512

   E. 543

Pembahasan:

$I_{21} = 320.83, I_{26} = 183.61$

Dengan menggunakan *Retrospective Method*, didapat

$$
\begin{aligned}
\frac{I_{21}}{I_{26}} &= \left(\frac{iRa_{\overline{10}|}}{iRa_{\overline{5}|}}\right) = \frac{320,82}{183,61} \\
&= \frac{\frac{1-v^{20}}{i}}{\frac{1-v^{5}}{i}} = 1,747290453 \\
&= \frac{1-(\frac{1}{1+i})^{10}}{1-(\frac{1}{1+i})^{5}} = 1,747290453
\end{aligned}
$$

$$0,74290453(1+i)^{10} - 1,742090453(1+i)^{5} + 1 = 0$$

Misalkan $x = (1+i)^5$, dengan menggunakan rumus untuk mencari akar-akar polinomial derajat dua, maka diperoleh $i = 0,05999 = 5,999\%$

$$\begin{aligned} I_{26} &= IB_{25} \\ 183,61 &= 0,05995B_{25} \\ B_{25} &= 3060,676779 \\ B_{25} &= Ra_{\hat{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{26} &= R_{26} - I_{26} \\ &= 726,573884 - 183,61 \\ &= 543,573884 \\ &= 543 \end{aligned}$$

Jawab: E.

10. Suatu utang 10.000 memiliki tingkat bunga nominal 10% yang dikonversikan semesteran. Pokok utang akan dibayar selama 10 tahun dengan *sinking fund* yang memberikan tingkat unga nominal 8% yang dikonversikan semesteran. Jika pemayaran bunga dan *sinking fund* dilakukan di setiap akhir semester, tentukan total semua pembyaaran yang diperlukan setiap tahunnya.

    A. 835,8

    B. 845,1

    C. 1.671,6

    D. 1.690,3

    E. 1.800,0

    Pembahasan:

    Utang = 10.000,

    $i = 10\%$

    $i^{(2)} = 5\%(i \text{ semesteran})$

$i_{sfd} = 8\%$
$i_{sfd}^{(2)} = 4\%(1 \text{ semesteran})$
$n = 10$ tahun artinya dilakukan 20 kali pembayaran.

Mencari nilai $s_{\overline{20|}}$

$$
\begin{aligned}
0.04 s_{\overline{20|}} &= \frac{(1+i_{sfd}^{(2)})^{20}-1}{i_{sfd}^{(2)}} \\
&= \frac{(1,04)^{20}-1}{0,04} \\
&= \frac{1,191123}{0,04} \\
&= 29,778
\end{aligned}
$$

Cicilan per semester:

$$
\begin{aligned}
R &= (10.000 \times 5\%) + 0,04 \left(\frac{1.000}{s_{\overline{20|}}} \right) \\
&= 835,8
\end{aligned}
$$

Cicilan per tahun:

$$
\begin{aligned}
2R &= 835,8 \times 2 \\
&= 1671,6
\end{aligned}
$$

Jawab: C.

11. Pak Maju meminjam uang sebesar 100.000 yang akan dicicil di setiap akir tahun dengan cicilan teteap selama 15 tahun dan tingkat bunga tahunan efektif 7%. Setelah pembayaran ke-5, Pak Maju memutuskan untuk mengubah cara pembayarannya dengan menggunakan *sinking fund* yang memberikan tingkat bunga 12%. Setiap tahun Pak Maju membayar cicilan dengan besar yang sama seperti sebelumnya yang dibagi menjadi pembayaran bunga ke pemberi pinjaman dan sisanya ke *sinking fund*. Tentukan sisa uang yang tersisa di *sinking fund* setelah pelunasan utang di akhir tahun ke-15.

A. 15.908

B. 16.761

C. 17.614

D. 18.467

E. 20.831

Pembahasan:

$L = 100.000$

$n = 15$ tahun

$i = 7\%$

Pertama, kita perlu mencari nilai cicilan R terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} R &= \frac{L}{a_{\overline{n}|i}} \\ &= \frac{100.000}{a_{\overline{15}|7\%}} \\ &= 10.979,46 \end{aligned}$$

Kemudian, sisa utang pada tahun ke 5 adalah

$$\begin{aligned} B_5 &= Ra_{\overline{15-5}|7\%} \\ &= 10.979,46a_{\overline{10}|7\%} \\ &= 10.979,46\left(\frac{1-1,07^{-10}}{0,07}\right) \\ &= 77.115,133 \end{aligned}$$

Lalu, kita cari besar deposit dengan *sinking fund*, SFD, dengan cicilan R tetap, yaitu

$$\begin{aligned} R &= i\,L + SFD \\ R &= i\,B_5 + SFD \\ 10.979 &= 0,07(77.115,133) + SFD \\ SFD &= 5.581,402089 \end{aligned}$$

Sisa uang di*sinking fund* adalah

$$\begin{aligned} \text{Sisa Dana} &= SFD s_{\overline{n}|i} - L \\ &= 5.581,402089 s_{\overline{10}|12\%} - B_5 \\ &= 5.581,402089 s_{\overline{10}|12\%} - 77.115,133 \\ &= 20.831,41359 \end{aligned}$$

Jawab: E.

12. Setiap obligasi 10 tahun memiliki nilai par 1.000 dan memberikan kupon yang dibayarkan setiap setengah tahun dengan tingkat kupon 10%. Nilai penebusan obligasi ini adalah 1.050. Tentukan harga dari obligasi ini jika tingkat imbal hasil (*yied rate*) dari obligasi ini adalah 12% dikonversikan semesteran.

    A. 885

    B. 901

    C. 935

    D. 1.019

    E. 1.143

    Pembahasan:

Diketahui informasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} F &= 1.000 \\ C &= 1050 \\ i &= \frac{12\%}{2} = 6\% \\ n &= 10x2 = 20 \\ \bar{r} &= \frac{10\%}{2} = 5\% \end{aligned}$$

Harga obligasi diberikan oleh persamaan:

$$\begin{aligned} P &= Fra_{\overline{n}|} + Cv^n \\ &= (1.000)(5\%)(a_{\overline{20}|}6\%) + (1050)(1,06)^{-20} \\ &= 900,89 \\ &\approx 901 \end{aligned}$$

Jawab: B.

13. Sebuah obligasi 20 tahun dengan nilai par 10.000 memiliki tingkat kupon tahunan 9%. Obligasi ini dibeli dengan tingkat imbal hasil 7%. Tentukan porsi bunga pada pembayaran kupon ke-12.

    A. 791,2

    B. 783,6

    C. 775,5

    D. 766,7

    E. 757,4

    Pembahasan:

    Untuk mendapatkan porsi bunga pada pembayaran ke-12 digunakan formula

$$I_{12} = iB_{11}.$$

Artinya, perlu dicari nilai B_{11} terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} B_{11} &= 10.000 \times 9\% \times a_{\overline{20-11}|9\%} + 10.000 \times 1,07^{-(20-11)} \\ &= 11.303,04645 \end{aligned}$$

Dengan demikian, nilai dari

$$I_{12} = iB_{11} = 0,07 \times 11.303,04645 = 791,2$$

Jawab: A.

14. Tentukan besar nilai X pada table di bawah sedemikian sehingga tingkat imbal hasil dari proyek yang memiliki arus seperti di bawah adalah 11,75%

Periode	Arus Kas Bersih (*Net Cash Flow*)
0	-1.000
1	X
2	880

A. 220

B. 330

C. 440

D. 550

E. 660

Pembahasan:

Dari tabel diatas, nilai kini dari 1 satuan uang adalah $v = 0,89486$. Dengan menggunakan *Net Present Value* didapat:

$$\begin{aligned} 1.000 &= Xv + 880v^2 \\ X &= 330,0164 \end{aligned}$$

Jawab: B.

15. Pada tanggal 1 Januari 2018, pak Kaya menginvestasikan uangnya di reksadana saham sebesar 300. Pada tanggal 1 Juli 2018, nilai investasi pak Kaya menjadi 240 dan di tanggal yang sama pak Kaya menginvestasikan uangnya lagi sebesar *X*. Pada 1 Januari 2019 berikutnya pak Kaya mencairkan seluruh investasinya yang telah menjadi $2X$.Diketahui tingkat bunga berdasarkan rata-rata tertimbang waktu (*time-weighted rate of return*) pada kasus inin adalah 0%. Tentukan tingkat bunga berdasarkan rata-rata tertimbang jumlah dana (*dollar-weighted rate of return*).

    A. 9,72%

    B. 9,92%

    C. 20,38%

    D. 20,82%

    E. 24,52%

    Pembahasan:

    Awal Januari 2018 : 300

    Awal Juli 2018 : $240 + X$ (6 bulan kemudian)

    Awal Januari 2019 : $2X$ (6 bulan selanjutnya)

    Diberikan $TWYR = j = 0\%$. Dengan demikian diperoleh:

$$1 + j = \left(\frac{240}{300}\right)\left(\frac{2X}{240 + X}\right)$$

    sehingga didapat:

$$\frac{300}{240} = \frac{2X}{240 + X}$$

    dan nilai $X = 400$. Lalu, akan dihitung $DWYR$ dimana $A = 300$, $B = 2X = 800$, dan $C = X = 400$. Dari ketiga nilai ini, didapat $I = B - A - C = 100$ dan diperoleh:

$$i_{DWYR} = \frac{I}{A + C(1-t)} = \frac{100}{300 + 400(0,5)} = \frac{100}{500} = 0,2 = 20\%$$

    Jawaban yang paling mendekati nilai ini adalah $20,38\%$.

    Jawab: C.

16. Suatu utang sebesar 1.000 dikenakan tingkat bunga efektif tahunan i sedemikian sehingga utang tersebut akan menjadi 2.000 jika tidak dibayar sama sekali selama 6 tahun. Jika utang tersebut dicicil dengan pembayaran yang tetap pada setiap akhir tahun selama 30 tahun, maka tentukan sisa utang di akhir tahun ke-12.

    A. 774,2

    B. 849,8

    C. 903,2

    D. 941,0

    E. 967,7

    Pembahasan:

    Diketahui utang 1.000 menjadi 2.000 pada tahun ke-6 bila tidak dibayar sama sekali. Dari informasi ini, akan dicari nilai i terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} FV &= 1.000(1+i)^6 \\ 2.000 &= 1.000(1+i)^6 \\ 2 &= (1+i)^6 \\ 2^{\frac{1}{6}} &= 1+i \\ 1.1225 &= 1+i \\ i &= 0.1225 \\ i &= 12.25\% \end{aligned}$$

    Utang akan dicicil selama 30 tahun dengan cicilan tetap X. Artinya, perlu dicari nilai X

terlebih dahulu yang memenuhi $1.000 = Xa_{\overline{30}|i}$, yaitu:

$$\begin{aligned}
1.000 &= X\left(\frac{1-v^{30}}{i}\right) \\
1.000 &= X\left(\frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^{30}}{i}\right) \\
1.000 &= X\left(\frac{1-\left(\frac{1}{1+1.1225}\right)^{30}}{1.1225}\right) \\
1.000 &= X(7.908421888) \\
X &= 126.447
\end{aligned}$$

Sisa utang pada akhir tahun ke-12 adalah B_{12} yang diberikan oleh persamaan:

$$B_{12} = Xa_{\overline{30-12}|i} = 126.447\left(\frac{1-v^{18}}{i}\right) \approx 903.2$$

Jawab: C.

17. Terdapat 3 produk investasi dengan tingkat hasil investasi seperti berikut.

    a. Investasi X dengan tingkat bunga nominal 6% dikonversikan bulanan

    b. Investasi Y dengan tingkat bunga nominal 6% dikonversikan semesteran

    c. Investasi Z dengan tingkat bunga yang setara dengan tingkat diskonto nominal 6% dikonversikan bulanan

    A. $X > Y > Z$

    B. $Y > X > Z$

    C. $Y > Z > X$

    D. $Z > Y > X$

    E. $Z > X > Y$

    Pembahasan:

    Misalkan besar investasi adalah P. Untuk mengurutkan nilai investasi diatas, perlu ditinjau nilai dari masing-masing investasi pada tingkat suku bunga efektif, sehingga:

a. $P\left(1+\frac{6\%}{12}\right)^{12}=1,06167P$

b. $P\left(1+\frac{6\%}{2}\right)^{2}=1,0609P$

c. $P\left(1-\frac{6\%}{12}\right)^{-12}=1,061996P$

Jadi urutan hasil investasi dari produk-produk tersebut adalah $Z > X > Y$

Jawab: E.

18. Suatu anuitas 10 tahun dengan pembayaran 500 di setiap awal semester untuk 6 tahun pertama dan pembayaran 400 di setiap awal semester untuk 4 tahun berikutnya. Jika tingkat bunga efektif tahunan adalah 6%, tentukan nilai kini dari anuitas ini.

A. 6.946

B. 6.973

C. 7.154

D. 7.179

E. 7.204

Pembahasan:

Diketahui tingkat suku bunga $i = 6\%$ tahunan, sehingga perlu dicari tingkat suku bunga nominal $i^{(6)}$ yang dikonversikan semesteran.

$$\begin{aligned} 1+i &= \left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^2 \\ 1,06 &= \left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^2 \\ i^{(2)} &= 0,0295 \end{aligned}$$

Selanjutnya, nilai PV dari anuitas ini adalah:

$$
\begin{aligned}
PV &= 500\left(\frac{1-v^n}{d}\right)+400\left(\frac{1-v^n}{d}\right)v^{12}\\
&= 500\left(\frac{1-\left(\dfrac{1}{1,0295}\right)^{12}}{\dfrac{0.03}{1,0295}}\right)+400\left(\frac{1-(\dfrac{1}{1,0295})^{8}}{\dfrac{0.03}{1,0295}}\right)\left(\frac{1}{1,0295}\right)^{12}\\
&\approx 7179
\end{aligned}
$$

Jawab: D.

19. Dalam rangka mendapatkan dana untuk modal usaha sebesar \$9.000 di akhir tahun 3n, maka seorang wiraswasta menginvestasikan dana sebesar \$108 di setiap akhir tahun dalam periode n tahun pertama, dan \$216 di setiap tahun dalam periode tahun 2n berikutnya. Tingkat bunga efektif tahunan adalah i. Jika diketahui $(1+i)^n = 2$, maka tentukanlah i

    A. 11,50%

    B. 11,75%

    C. 12,00%

    D. 12,25%

    E. 12,50%

    Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
108.s_{\overline{3n}|}+108.s_{\overline{2n}|} &= 9.000\\
s_{\overline{3n}|}+s_{\overline{2n}|} &= \frac{9.000}{108}\\
s_{\overline{3n}|}+s_{\overline{2n}|} &= 83,33\\
\frac{(1+i)^{3n}-1}{i}+\frac{(1+i)^{2n}-1}{i} &= 83,33\\
\frac{(2)^3-1}{i}+\frac{(2)^2-1}{i} &= 83,33\\
\frac{7}{i}+\frac{3}{i} &= 83,33\\
\frac{10}{i} &= 83,33\\
0,12 &= i \rightarrow 12\%
\end{aligned}
$$

Jawab: C.

20. Pak Rajin memiliki utang sebesar 10.000 yang akan dicicil dengan pembayaran sebesar 1.200 di setiap akhir tahun. utang dikenakan tingkat bunga efektif 7% per tahun. Setelah tahun ke-10, pak Rajin diberi tahu untuk mengubah pembayarannya sehingga utang tersebut akan lunas di akhir tahun ke-15. Bagaimanakah pak Rajin harus mengubah cicilannya?

    A. Mengurangi cicilan sebesar 446

    B. Menambah cicilan sebesar 446

    C. Mengurangi cicilan sebesar 187

    D. Menambah cicilan sebesar 187

    E. Mengurangi cicilan sebesar 169

    Pembahasan:

    Pertama, perlu dicari total pembayaran sampai tahun ke-10 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 1.200 \times s_{\overline{10}|0,07} &= 1.200 \left(\frac{(1+i)^n - i}{i} \right) \\ &= 1.200 \left(\frac{(1,07)^{10} - 1}{0,07} \right) \\ &= 16.579,7 \end{aligned}$$

FV dari utang sebesar 10.000 pada tahun ke-10 adalah

$$10.000(1+0,07)^{10} = 10.000(1,07)^{10} = 19.671,5136$$

Dengan demikian diperoleh sisa utang sebesar $19.671,5136 - 16579,7 = 3.091,8136$. Nominal ini akan dilunasi pada tahun ke-15, artinya cicilan akan menjadi X, dimana:

$$3.091,8136 = Xa_{\overline{5}|0,07} \tag{9.2}$$

$$X = \frac{3.091,8136}{4,1001974} \tag{9.3}$$

$$X \approx 754 \tag{9.4}$$

Berdasarkan kalkulasi ini, cicilan dari 1200 berubah menjadi 754. Artinya, cicilan berkurang sebesar 446.

Jawab: A.

21. Dari persamaan-persamaan berikut, yang manakah yang benar?

(1) $\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + a_{\overline{n}|}$

(2) $\ddot{s}_{\overline{n}|} = (1+i)\, s_{\overline{n}|}$

(3) $\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} + i$

A. Hanya 1

B. Hanya 2

C. 1 dan 2

D. 1 dan 3

E. 2 dan 3

Pembahasan:

(1) Pernyataan (1) tentang $\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + a_{\overline{n}|}$ adalah salah sebab:

$$\begin{aligned}
\frac{1-v^n}{d} &= 1 + \frac{1-v^n}{i} \\
\frac{1-v^n}{iv} &= 1 + \frac{i+1-v^n}{i} \\
\frac{1-v^n}{i(\frac{1}{1+i})} &= 1 + \frac{i+1-v^n}{i} \\
\frac{1-v^n}{i}(1+i) &= 1 + \frac{i+1-v^n}{i} \\
\frac{(1-v^n)(1+i)}{i} &= 1 + \frac{i+1-v^n}{i} \\
\frac{(1-v^n)(1+i)}{i} &= 1 + \frac{i+1-(\frac{1}{1+i})^n}{i} \\
\left(1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right)(1+i) &\neq i+1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n
\end{aligned}$$

(2) Pernyataan (2) tentang $\ddot{s}_{\overline{n}|} = (1+i)\, s_{\overline{n}|}$ adalah benar sebab:

$$
\begin{aligned}
(1+i)^n \frac{1-v^n}{d} &= (1+i)s_{\overline{n|}} \\
\frac{(1+i)^n - 1}{d} &= (1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} \\
\frac{(1+i)^n - 1}{iv} &= [\frac{(1+i)^n - 1}{i}](1+i) \\
\frac{(1+i)^n - 1}{i}\frac{1}{v} &= [\frac{(1+i)^n - 1}{i}](1+i) \\
\frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i) &= [\frac{(1+i)^n - 1}{i}](1+i)
\end{aligned}
\tag{9.5}
$$

(3) Pernyataan (3) tentang $\frac{1}{a_{\overline{n|}}} = \frac{1}{s_{\overline{n|}}} + i$ adalah benar sebab:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\frac{1-v^n}{i}} &= \frac{1}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}} + i \\
\frac{1}{\frac{1-v^n}{i}} &= \frac{1}{(1+i)^n(\frac{1-v^n}{i})} + i \\
\frac{1}{\frac{1-v^n}{i}} &= \frac{1 + i(1+i)^n(\frac{1-v^n}{i})}{(1+i)^n(\frac{1-v^n}{i})} \\
1 &= \frac{1 + (1+i)^n - 1}{(1+i)^n} \\
(1+i)^n &= (1+i)^n
\end{aligned}
$$

Jawab: E.

22. Sebuah obligasi 10 tahun dengan nilai par 1.000 dan tingkat kupon 10% yang dibayarkan semesteran dijual pada harga 1150. Kupon dapat diinvestasikan kembali dengan tigkat bunga nominal 8% dikonversikan semesteran. Asumsikan pembeli obligasi tetap memiliki obligasi tersebut hingga jatuh tempo, tentukan tingkat imbal hasil (*yield rate*) efektif tahunan secara keseluruhan yang didapat oleh pembeli obligasi.

    A. 7,75%

    B. 7,81%

    C. 7,87%

D. 7,96%

E. 8,03%

Pembahasan:

Pada akhir tahun ke-10, jumlah uang yang diterima oleh pemegang obligasi adalah nilai akumulasi dari pembayaran kupon sebesar $0,05(1.000) = 50$ setiap akhir semester. Nilai ini diinvestasikan kembali pada tingkat suku bunga 4% per semester dan ditambah dengan nilai par, $F = 1.000$. Jadi, pada akhir tahun ke-10, nilai total dari nominal yang diterima oleh pemegang obligasi adalah:.

$$\begin{aligned} Frs_{\overline{n}|} + C &= 1.000(0,05)\left(\frac{1,04^{20}-1}{0.04}\right) + 1.000 \\ &= 2.488,903929 \end{aligned}$$

Pada awal tahun, jumlah uang yang diinvestasikan adalah 1.150, maka pada akhir tahun ke 10, nominal uang akan menjadi $1.150(1+j)^{10}$. Nilai tingkat imbal hasil pemegang obligasi adalah:

$$\begin{aligned} 1.150(1+j)^{10} &= 2.488,903929 \\ j &= \left(\frac{2.488,903929}{1.150}\right)^{1/10} - 1 \\ j &\approx 8,03\% \end{aligned}$$

Jawab: E.

23. Diberikan sebuah obligasi 20 tahun tanpa kupon (*zero coupon bond*). Jika tingkat imbal hasil dari obligasi tersebut berubah dari 5% menjadi 6% pada saat penerbitan obligasi, berapakah dampak terhadap harga obligasi tersebut?

    A. Harga berubah(naik atau turun) tidak lebih dari 5%

    B. Harga naik lebih dari 5% tapi kurang dari 15%

    C. Harga turun lebih dari 5% tapi kurang dari 15%

    D. Harga naik lebih dari 15%

E. Harga turun lebih dari 15%

Pembahasan:

Misal Par Value dari obligasi diatas adala P, maka nilai obligasi dengan tingkat imbal hasil 5% dan 6% diberikan sebagai berikut.

(a) $P(1.05)^{-20} = 0.37688P$

(b) $P(1.06)^{-20} = 0.31180P$

Dari kalkulasi ini, didapatkan bahwa obligasi berubah sebesar

$$\frac{0.31180P - 0.37688P}{0.37688P} = -17.268\%$$

Dengan kata lain, harga obligasi turun $> 15\%$.

Jawab: D

24. Sebuah anuitas 15 tahun memberikan pembayaran di setiap akhir tahun.

    a. Dalam 6 tahun pertama, pembayaran anuitas setiap tahunnya adalah 200

    b. Dalam 9 tahun berikutnya, pembayaran anuitas setiap tahunnya adalah 350.

    Jika pembayaran anuitas diinvestasika kembali pada tingkat bunga 8% di 6 tahun pertama dan 6% di 9 tahun berikutnya, tentukan nilai akumulasi dari anuitas ini.

    A. 6.379

    B. 6.501

    C. 6.724

    D. 7.123

    E. 7.304

Pembahasan:

Diketahui:

$r_1 = 8\%$ dan $r_2 = 6\%$

$$AV = 200s_{\overline{n}|r_1}(1+i)^9 + 350s_{\overline{n}|r_1}$$
$$AV = 200s_{\overline{6}|8\%}(1+6\%)^9 + 350s_{\overline{9}|6\%}$$
$$AV = 6500.74$$

Jawab: B.

25. Suatu produk investasi memberikan tingkat bunga efektif tahunan sedemikian sehingga nilai uang akan menjadi dua kali lipat dalam waktu 4 tahun. Jika pak Jwara menginvestasikan sejumlah uangnya disini, maka beliau akan berhasil mencapai target finansialnya dalam waktu 40 tahun. Jika investasi awal pak Jwara dua kali lebih banyak dari sebelumnya, dalam waktu berapa lama pak Jwara bisa mencapai target finansialnya?

A. 20 tahun

B. 10 tahun

C. 5 tahun

D. 32 tahun

E. 36 tahun

Pembahasan:

Misalkan P adalah uang yang dimasukkan pak Jwara pada produk investasi. Dari kalimat pertama, diperoleh persamaan:

$$A_{40} = P(1+i)^{40} = 2^{10}P$$

Pak Jwara menggandakan uangnya menjadi $2P$ dan akan dicari kapan pak Jwara bisa mencapai target finansialnya yaitu, $2^{10}P$.

$$
\begin{aligned}
2^{10}P &= 2P(1+i)^n \\
2^9 &= (1+i)^n \\
2^9 &= [(1+i)^4]^{n/4} \\
2^9 &= 2^{n/4} \\
9 &= \frac{n}{4} \\
n &= 36
\end{aligned}
$$

Jawab: E.

26. Investasi A memberikan bunga sederhana 7% per tahun. Investasi B memberikan hasil investasi yang setara dengan tingkat diskonto nominal 6,5% dikonversikan bulanan. Pada waktu t berapakah *force of interest* dari kedua innvestasi tersebut sama ?

    A. 0,95

    B. 1,06

    C. 1,14

    D. 1,23

    E. 1,30

    Pembahasan:

    Diketahui bahwa *interest rate* investasi A yaitu $r = 7\%$, sehingga

$$
a(t) = 1 + 0,07t
$$
$$
\delta(t) = \frac{a'(t)}{a(t)} = \frac{0,07}{1 + 0,07t}
$$

Investasi B dengan tingkat diskonto nominal $d^{(12)} = 6,5\%$ dikonversi bulanan, *force of* *intrest* yang diperoleh yaitu:

$$\begin{aligned} e^{\delta t} &= (1-d)^{-t} \\ e^{\delta} &= \frac{1}{1-d} \\ \delta &= -\ln(1-d) \\ \delta &= -\ln\left(1-\frac{d^{(12)}}{12}\right)^{12} \\ \delta &= 0.06517 \end{aligned}$$

kedua investasi tersebut akan memiliki nilai *force of interest* yang sama pada saat:

$$\begin{aligned} 0.06517 &= \delta(t) \\ 0.06517 &= \frac{0,07}{1+0,07t} \\ t &= 1,06 \end{aligned}$$

Jawab: B.

27. Sejumlah uang didepositokan dengan tingkat bunga efektif 5% setahun selama 8 tahun. Bila diketahui tingkat inflasi adalah 7% per tahun selama 8 tahun tersebut, hitunglah berapa persen nilai dari uang tersebut yang hilang (*lost of purchasing power*) selama periode tersebut?

A. 7,24%

B. 10,63%

C. 12,37%

D. 14,01%

E. 20,18%

Pembahasan:

Lost of Purchasing Power dari nilai uang yang diakibatkan oleh inflasi adalah

$$1-\left(\frac{1,05}{1,07}\right)^{8} = 14,0107\%$$

Jawab: D.

28. Serangkaian pembayaran dilakukan pada setiap awal tahun selama 10 tahun. Pembayaran pertama adalah 500. Setiap pembayaran selanjutnya sampai pembayaaran ke-10, meningkat sebesar 4% dari pembayaaran sebelumnya. Berapakah nilai kini (*present value*) dari seluruh rangkaian pembayaran ini jika tingkat bunga efektif tahunana adalah 5%?

    A. 4.581

    B. 4.791

    C. 4.890

    D. 5.224

    E. 5.485

    Pembahasan:

    Dengan menggunakan *Annuity Due*, nilai kini dari rangkaian pembayaran adalah:

$$\begin{aligned} PV &= 500 + 500\left(\frac{1,04}{1,05}\right)500\left(\frac{1,04}{1,05}\right)^2 + ... + 500\left(\frac{1,04}{1,05}\right)^9 \\ &= 500\left(1 + \frac{1,04}{1,05} + \left(\frac{1,04}{1,05}\right)^2 + ... + \left(\frac{1,04}{1,05}\right)^9\right) \\ &= 500\left(\frac{1-(\frac{1,04}{1,05})^{10}}{1-(\frac{1,04}{1,05})}\right) \\ &= 500\left(\frac{0,091258415}{9,523809524}\right) \\ &= 4791,066 \end{aligned}$$

    Jawab: B.

29. Nilai sekarang dari pembayaran sebesar 100 di waktu n dan 100 di waktu $2n$ adalah 100. Jika $i = 8\%$, tentukan n.

    A. 5,25

    B. 5,50

C. 5,75

D. 6,00

E. 6,25

Pembahasan:
Diketahui nilai tingkat suku bunga adalah $i = 8\%$. Lalu, dengan menggunakan *Net Present Value* didapat persamaan berikut:

$$100 = 100(1,08)^{-n} + 100(1,08)^{-2n}$$

Misalkan $P = 1,08^{-n}$, diperoleh:

$$\begin{aligned} 1 &= P + P^2 \\ P &= 0,618 \end{aligned}$$

Dengan mengembalikan nilai P, diperoleh:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{1,08^{-n}} \\ n &= 6,25 \end{aligned}$$

Jawab: E.

30. Suatu utang sebesar 10.000 dikenakan tingkat bunga efektif tahunan 10%. utang akan dicicil dengan pembayaran di setiap akhir tahun. Di akhir tahun pertama terdapat pembayaran sebesar 1500 dan setiap tahunnya akan bertambah sebesar 400 dari pembayaran sebelumnya. Jiaka sisa utang di tahun tertentu lebih kecil dari pembayaran berikutnya, maka semua sisa utang akan dilunasi di tahun tersebut. Tentukan sisa utang (*outstanding icon balance*) setelah pembayaran ke-3.

A. 6.935

B. 7.105

C. 7.483

D. 7.711

E. 8.005

Pembahasan:

Diketahui: $r = 10\%$, $PV = 10.000$, dan pembayaran pertama 1.500 akan naik secara berkala sebesar 400. Akan dicari nilai dari B_3 dengan formula berikut.

$$\begin{aligned} B_3 &= 10.000 - \left(1.500v + 1.900v^2 + 2.300v^3\right) \\ &= 10.000 - \left(1.500(1,1)^{-1} + 1.900(1,1)^{-2} + 2.300(1,1)^{-3}\right) \\ &= 7.105 \end{aligned}$$

Jawab: B.

BAB 10

PEMBAHASAN A10 NOVEMBER 2018

1. Diketahui tingkat bunga $i > 0$ dan m adalah bilangan bulat positif. Jika diberikan pernyataan berikut :

   (1) $\delta = \ln(1-d)$

   (2) $i > i^{(m)} > \delta$

   (3) $d < d^{(m)} < \delta$

   (4) $d < i$

   Berapa pernyataan yang benar?

   A. 0

   B. 1

   C. 2

   D. 3

   E. 4

   Pembahasan:

   Pernyataan 1 salah sebab $\delta = \ln(1+i) \neq \ln(1-d)$. Lalu, dengan menggunakan identitas

   $$d < d^{(m)} < \delta < i^{(m)} < i$$

   diperoleh pernyataan yang benar adalah 2,3,dan 4 sehingga terdapat 3 pernyataan benar. Jawab: D.

2. Sebuah obligasi tanpa kupon (*zero coupon bond*) 10 tahun dengan nilai jatuh tempo (*redemption value*) 1000 dijual pada harga 600.Tentukan *force of interest* atas obligasi ini.

   A. 4,98 %

B. 5.06 %

C. 5.11 %

D. 5.17 %

E. 5.24 %

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
600 &= 100(1+i)^{-10} \\
1+i &= 1,0524 \\
\delta &= \ln(1+i) \\
&= 0,0511 \\
&= 5,11\%
\end{aligned}
$$

Jawab: C.

3. PT. Bank Celengan menernitkan beberapa produk tabungan Cashback dengan fitur berikut:

   - Nasabah harus menempatkan dana selama 1 taun dan dana tidak boleh diambil selama 1 tahun tersebut
   - Tingkat bunga tahnan sebesar 6% diberika berdasarkan penempatan awal
   - Nasabah akan mendapatkan pengembalian uang(cashback) sebesar 0,5% dari peempatan awal
   - Cashback diberikan tepat setelah nasabah melakukan penempatan dana awal

   Dengan fitur diatas, tingkat bunga berapakah yang setara degan produk tabungan diatas ?

   A. 6,00%

   B. 6,47%

   C. 6,50%

   D. 6,53%

   E. 6,57%

Pembahasan:

Misalkan dana awal adalah P_0. Sehingga,

$$\begin{aligned}
[1,06P_0 + (1,06)0,005P_0] &= P_0(1+i)\\
1,063 &= 1+i\\
i &= 0,0653\\
&= 6,53\%
\end{aligned}$$

Jawab: D.

4. PT Bank Banyak Bonus menerbitkan dua produk tabungan baru yang memiliki fitur seperti berikut :

   Tabungan Bunga Plus

   a Nasabah harus melakukan pembayaran berkala sebesar 1000 setiap awal tahun selama 10 tahun.

   b Tabungan memberikan tingkat bunga nominal 6% per tahun selama 5 tahun pertama dan efektif 7% selama 5 tahu berikutnya.

   c Pada setiap akhir

   Tabungan Pasti

   a Nasabah harus melakukan pembayaran berkala sebesar 1000 setiap awal tahun selama 10 tahun

   b Tabungan memberikan tingkat bunga efektif 6,5% per tahun selama 10 tahun

   c Pada akhir tahun ke-6, bank akan memberikan bonus sebesar X ke dalam tabungan

   d Bonus yang diberikan akan diinvestasikan kembali pada tingkat bunga yang sama (6,5%).

   Tentukan nilai minimal bonus X sedemikian sehingga nasabah akan lebih memilih Tabungan Pasti dengan menjadikan nilai akumulasi di akhir 10 tahun sebagai dasar pertimbangannya.

   A. 114,2

   B. 117,7

C. 120,1

D. 123,4

E. 126,3

Pembahasan:

Berdasarkan tabungan bunga plus

$$\begin{aligned} AV &= 1000\ddot{s}_{\overline{5}|:6\%}(1,07)^5 + 1000\ddot{s}_{\overline{5}|:7\%} \\ &= 14.533,9841 \end{aligned}$$

Lalu, berdasarkan tabungan pasti

$$\begin{aligned} AV &= 1000\ddot{s}_{\overline{10}|:6,5\%} + X(1,065)^4 \\ 14.533,9841 &= 14.371,56 + 1,2865X \\ X &= 126,256. \end{aligned}$$

Jawab: E.

5. Diberikan sebuah kontrak investasi sebesar X dengan tingkat bunga efektif i per tahun. Sejak awal kontrak, invetasi ini membayarkan d (tingkat diskonto efektif) pada setiap awal tahun selama n tahun. Pada akhir tahun ke-n investasi ini akan membayarkan 1 dan kontrak investasi akan berakhir. Tentukan X.

A. 1

B. $\ddot{a}_{\overline{n}|}$

C. $d\ddot{a}_{\overline{n}|}$

D. $d\ddot{a}_{\overline{n}|} + 1$

E. $d\ddot{s}_{\overline{n}|} + 1$

Pembahasan:

$$\begin{aligned} X &= d\ddot{a}_{\overline{n}|} + v^n \\ &= d\left[\frac{1-v^n}{d}\right] + v^n \\ &= 1 - v^n + v^n \\ &= 1 \end{aligned}$$

Jawab: A.

6. Diberikan dua jenis anuitas seperti berikut.

   a. Anuitas n tahun yang memberikan pembayaran sebesar 5 di setiap akhir tahun. Nilai kini (*present value*) dari anuitas ini pada tingkat bunga i adalah 20,5.

   b. Anuitas 2n tahun yang memberikan pembayaran sebesar 10 di setiap akhir tahun . Nilai kini (*present value*) dari anuitas ini pada tingkat bunga i adalah 70,2

   Dengan menggunakan tingkat bunga i yang sama, sebuah anuitas tertunda akan membayarkan 4 pada akhir tahun $n+1, n+2, ...,$ dan $2n$. Tentukan niai kini dari anuitas tertunda ini.

   A. 8.9

   B. 11,7

   C. 14,6

   D. 17,2

   E. 19,0

   Pembahasan:

   Berdasarkan jenis anuitas a, diperoleh informasi

$$PV = 5a_{\overline{n}|:i} = 20,5$$

   dan berdasarkan jenis anuitas b, diperoleh informasi

$$PV = 10a_{\overline{2n}|:i} = 70,2.$$

Sehingga,

$$
\begin{aligned}
\frac{70,2}{20,5} &= \frac{10\left(\dfrac{1-v^{2n}}{i}\right)}{5\left(\dfrac{1-v^{n}}{i}\right)} \\
1,712195 &= \frac{1-v^{2n}}{1-v^{n}}.
\end{aligned}
$$

Misalkan $v^n = p$,

$$
\begin{aligned}
1,712195 - 1,712195p &= 1 - p^2 \\
p^2 - 1,712195p + 0,712195 &= 0
\end{aligned}
$$

Diperoleh $p = 1$ (tidak mungkin) dan $p = 0,712195$. Sehingga, $v^n = 0,712195$ dan $i = 7\%$. Artinya, PV deferred annuity nya adalah

$$
\begin{aligned}
PV &= v^n 4 a_{\overline{n|}:i} \\
&= v^n \times 4\frac{1-v^n}{i} \\
&= 11,7
\end{aligned}
$$

Jawab: B.

7. Sebuah perpetuitas memberikan pembayaran sebesar 1.000 setiap akhir tahun yang bukan kabisat dan 2.500 setiap akhir tahun kabisat. Tahun kabisat adalah tahun yang dapat dibagi 4. Sebagai ilustrasi: Perpetuitas ini akan membayarkan 1.000 di akhir tahun ke 2019, 2021, 2022, 2023, 2025, dst dan membayarkan 2.500 di akhir tahun ke 2020, 2024, 2028, 2032, dst. Jika tingkat bunga efektif tahunan yang berlaku adalah 8%, maka nilai kini (*present value*) dari perpetuitas ini pada tanggal 1 Januari 2019 adalah :

   A. 15.412

   B. 16.067

   C. 16.661

   D. 17.353

E. 17.927

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
PV &= 1000\left(v + v^2 + v^3 + ...\right) - 1000\left(v^2 + v^6 + ...\right) + 2500\left(v^2 + v^6 + ...\right) \\
&= 1000\left(\frac{v}{1-v}\right) + 1500\left(\frac{v^2}{1-v^4}\right)
\end{aligned}
$$

Jika $v = 1,08^{-1}$, maka

$$PV = 17.353,40799$$

Jawab: D.

8. Ibu Tukiyem meminjam uang sebesar 20.000 yang rencananya akan dicicil selama 20 tahun dengan pembayaran sebesar 1.800 di setiap akhir tahun. Setelah melakukan pembayaran selama 5 tahun, Ibu Tukiyem membuat kesepakatan dengan peminjam untuk berhenti membayar selama beberapa tahun. Pada akhir tahun ke-7, Ibu Tukiyem memtuskan untuk kembali melanjutkan cicilan. Jika Ibu Tukiyem tetap ingin melunaskan hutangnya pada akhir tahun ke-20, maka tentukan besar cicilan tersebut sudah mempertimbangkan semua bunga yang berkembang sejak pembayaran terakhirya.

   A. 1.800

   B. 1.969

   C. 2.095

   D. 2.172

   E. 2.229

Pembahasan:

Untuk mendapatkan besar cicilan, akan dicari i terlebih dahulu

$$\begin{aligned} R &= \frac{L}{a_{\overline{20}|:i}} \\ 1800 &= \frac{20000}{\frac{1-v^{20}}{i}} \\ i &= 6,3948\%. \end{aligned}$$

Lalu,

$$\begin{aligned} B_5 &= 1800 a_{\overline{15}|:i} \\ &= 1800 \left(\frac{1-v^{15}}{i} \right) \\ &= 17.039,69193. \end{aligned}$$

Artinya, hutang pada tahun ke-7 adalah

$$\begin{aligned} B_7 &= B_5(1+i)^2 \\ &= 19.288,7097 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} R &= \frac{19.288,7097}{a_{\overline{13}|:6,3498\%}} \\ &= 2.229. \end{aligned}$$

Jawab: E.

9. Suatu hutang dibayar dengan cicilan tetap setiap akhir tahun selama 20 tahun. Sisa hutang pada akhir tahun ke-12 dan ke-16 adalah 6.063,20 dan 3.549,00. Berapakah besar pokok pinjaman yang dibayar pada cicilan ke-9? Bulatkan sampai satuan terdekat.

   A. 357

   B. 389

   C. 425

D. 550

E. 776

Pembahasan:

Berdasarkan soal di atas, diperoleh informasi sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
B_{12} &= Ra_{\overline{8}|:i} \\
&= 6.063,2
\end{aligned}
$$

dan

$$
\begin{aligned}
B_{16} &= Ra_{\overline{4}|:i} \\
&= 3.549
\end{aligned}
$$

. Sehingga,

$$
\begin{aligned}
\frac{B_{12}}{B_{16}} &= \frac{R\left(\dfrac{1-v^8}{i}\right)}{R\left(\dfrac{1-v^4}{i}\right)} \\
1,708424 &= \frac{1-v^8}{1-v^4} \\
v^4 &= 0,708425 \\
\frac{1}{1+i} &= 0,708425 \\
i &= 9\%
\end{aligned}
$$

dan $R = 1.95,46$. Jadi, pokok pinjaman yang dibayarkan pada cicilan ke-9 adalah

$$
\begin{aligned}
P_9 &= R_9 - I_9 \\
&= 1.095,46 - (0,09)(1.095,46)\frac{1-v^{12}}{i} \\
&= 389,474.
\end{aligned}
$$

Jawab: B.

10. Suatu hutang 10.000 memiliki tingkat bunga nominal 12% yang dikonversikan kwartalan. Pokok hutang akan dibayar selama 15 tahun dengan *sinking fund* yang memberikan tingkat uang nominal 10% yang dikonversikan kwartalan. Jika pembayaran bunga dan *sinking fund* dilakukan di setiap akhir kwartal, tentukan total semua pembayaran yang diperlukan setiap tahunnya. Bultkan jawaban ke satuan terdekat

    A. 1.494

    B. 1.487

    C. 747

    D. 374

    E. 372

    Pembahasan:
    Jika diketahui $i^{(4)} = 12\%$, maka $\hat{i} = 3\%$. Dan $j^{(4)} = 10\%$ yang berarti $\hat{j} = 2,5\%$. Sehingga,

$$\begin{aligned} R &= i\,L + SFD \\ &= \hat{i}\,L + \frac{L}{s_{\overline{n}|:\hat{j}}} \\ &= 3\%(1000) + \frac{10.000}{\frac{1,025^{60}-1}{0,025}} \\ &= 373,551 \text{ kwartal} \end{aligned}$$

    Sehingga dalam satu tahun total semua pembayaran adalah 1.494.
    Jawab: A.

11. Pak Bejo meminjam uang sebesar 100.000 yang akan dicicil di setiap akir tahun dengan cicilan teteap selama 12 tahun dan tingkat bunga tahunan efektif 10%. Setelah pembayaran ke-7, Pak Bejo memutuskan untuk mengubah cara pembayarannya dengan menggunakan *sinking fund* yang memberikan tingkat bunga 8%. Setiap tahun Pak Bejo membayar cicilan dengan besar yang sama seperti sebelumnya yang dibagi menjadi pembayaran bunga ke pemberi pinjaman dan sisanya ke *sinking fund*. Tentukan apakah uang yang terakumulasi di

sinking fund mencukupi atau tidak untuk melunasi sisa hutang dan berapa besar kelebihan ataupun kekurangannya. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

A. Tidak cukup dengan kekurangan sebesar 2.173

B. Cukup dan mempunyai kelebihan sebesar 2.173

C. Tidak cukup dengan kekurangan sebesar 2.154

D. Cukup dan mempunyai kelebihan sebesar 2.154

E. Tidak cukup dengan kekurangan sebesar 4.250

Pembahasan:

Besar cicilan mula - mula tiap tahun adalah

$$\begin{aligned}
100.000 &= Ra_{\overline{12|}:0,1} \\
100.000 &= R\left[\frac{1-(1,1)^{-12}}{0,1}\right] \\
100.000 &= 6,813691823R \\
R &= 14.676,33151
\end{aligned}$$

Outstanding Loan Balance setelah pembayaran ke-7 adalah

$$\begin{aligned}
OLB &= Ra_{\overline{5|}:0,1} \\
&= 14.676,33151\left[\frac{1-(1,1)^{-5}}{0,1}\right] \\
&= 55.634,84331
\end{aligned}$$

Setelah pembayaran ke-7, dilakukan pembayaran dengan menggunakan metode *sinking fund*

$$\begin{aligned}
R &= i\,OLB + SFD \\
14.676,33151 &= (0,1)55.634,84331 + SFD \\
14.676,33151 &= 5.563,484331 + SFD \\
SFD &= 9.112,47179
\end{aligned}$$

Total akumulasi dana *sinking fund* adalah

$$
\begin{aligned}
SFDs_{\overline{5}|:0,08} &= 9.112,847179 \left[\frac{(1,08)^5 - 1}{0,08}\right] \\
&= 53.461,43801
\end{aligned}
$$

Artinya, dana yang dibutuhkan untuk melunasi hutang adalah

$$
\begin{aligned}
55.634,84331 - 53.461,43801 &= 2.173,405302 \\
&= 2.173
\end{aligned}
$$

Jawab: A.

12. Sebuah obligasi 20 tahun memiliki nilai par 1.000 dan memberikan kupon yang dibayarkan setiap setengah tahun dengan tingkat kupon 8%. Nilai penebusan obligasi ini adalah 1.100. Tentukan harga dari obligasi ini jika tingkat imbal hasil (*yied rate*) dari obligasi ini adalah 10% dikonversikan semesteran. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

    A. 1.297

    B. 1.219

    C. 912

    D. 897

    E. 843

    Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
P &= Fr a_{\overline{n}|:i} + C v^n \\
&= 1.000(4\%) \left(\frac{1 - v^{40}}{5\%}\right) + 1.100(v^{40}) \\
&= 842,61
\end{aligned}
$$

Jawab: E.

13. Sebuah obligasi 15 tahun dengan nilai par 10.000 memiliki tingkat kupon tahunan 9%. Obligasi ini dibeli dengan tingkat imbal hasil 6—5. Tentukan porsi pokok dari nilai kupon tersebut pada pembayaran kupon ke-8. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

    A. 178

    B. 188

    C. 200

    D. 700

    E. 712

    Pembahasan:
    Pertama - tama akan dicari nilai R_t.

$$\begin{aligned} R_t &= 9\%(10.000) \\ &= 900. \end{aligned}$$

    Lalu,

$$\begin{aligned} B_7 &= F\, r\, a_{\overline{15-7|}} + C\, v^{15-7} \\ &= 10.000(9\%)a_{\overline{8|}} + 10.000\, v^8 \\ &= 11.862,938. \end{aligned}$$

    Sehingga,

$$\begin{aligned} P_8 &= R_8 - I_8 \\ &= R_8 - i\, B_7 \\ &= 900 - 6\%(11.862,938) \\ &= 188,23. \end{aligned}$$

    Jawab: B.

14. Tentukan besar nilai X pada table di bawah sedemikian sehingga tingkat imbal hasil dari proyek yang memiliki arus seperti di bawah adalah 10%

Periode	Arus Kas Bersih (*Net Cash Flow*)
0	-1.000
1	X+50
2	2X+75
3	3X+100

A. 129

B. 147

C. 170

D. 183

E. 201

Pembahasan:

Jika $i = 10\%$, maka $v = 1,1^{-1} = 0,9091$.

$$\begin{aligned} -1.000 + (X+50)v + (2X+75)v^2 + (3X+100)v^3 &= 0 \\ X\left(v + 2v^2 + 3v^3\right) &= 1000 - 50v - 75v^2 - 1000v^3 \\ 1,8159X &= 817,4305 \\ X &= 169,734 \end{aligned}$$

Jawab: C.

15. Sebuah obligasi tanpa kupon (*zero coupon bound*) akan membayar sebesar USD 1.000 pada akhir tahun ke-10 dan sekarang dijual seharga USD 400. Berapakah tingkat hasil yang dikonversikan setiap setengah tahun (*yield rate convertible semiannually*) dari pembeli obligasi tersebut? pilihlah jawaban yang paling mendekati

A. 7,28%

B. 8,18%

C. 9,38%

D. 10,25%

E. 10,85%

Pembahasan:

Diketahui

- Zero coupon bound, dengan
- $C = 1000$
- $n = 10$ tahun
- $P = 400$

Dengan demikian diperoleh

$$\begin{aligned}
P &= C.v^n \\
400 &= 1000.(1+i)^{-10} \\
0,4 &= (1+i)^{-10} \\
\frac{1}{(1+i)^{10}} &= 0,4 \\
\frac{1}{0,4} &= (1+i)^{-10} \\
\sqrt[10]{2,5} &= 1+i \\
i &= 0,095958226
\end{aligned}$$

Selanjutnya, akan dicari bunga konversi semiannually, yaitu

$$\begin{aligned}
(1+i) &= \left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^2 \\
1,095958226 &= \left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^2 \\
\sqrt{1,046880235} &= \left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^2 \\
1,046880235 - 1 &= \frac{i^{(2)}}{2} \\
0,046880235 \times 2 &= i^{(2)} \\
i^{(2)} &= 0,09376047 \cong 9,38\%
\end{aligned}$$

Jawab: C.

16. Suatu hutang sebesar 1.000 dikenakan tingkat bunga efektif tahunan 10% akan dicicil selama 20 tahun. Hutang tersebut dicicil dengan pembayaran sebesar X di setiaap akhir tahun selama 10 tahun pertama dan dengan pembayaran 1,5X di setiap akhir tahun selama 10 tahun kedua. Tentukan porsi bunga dari pembayaran cicilan ke-12. Bulatkan jawaban tersebu ke satuan terdekat.

A. 206

B. 103

C. 95

D. 89

E. 83

Pembahasan:

Diketahui $L = 1.000$, $i = 10\%$, dan $n = 20$ kali. Pertama, akan dicari nilai dari X. Tinjau *timeline* pembayaran berikut.

Cicilan	*	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Cicilan	$1.5X$	$1.5X$	$1.5X$	$1.5X$	$1.5X$	$1.5X$	$1.5X$	$1.5X$	$1.5X$	$1.5X$
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Dari *timeline* diatas, dapat diperoleh persamaan :

$$\begin{aligned} 1000 &= Xa_{\overline{10}|10\%} + 1,5Xa_{\overline{10}|10\%}v^{10} \\ 1000 &= 9,6981X \\ X &= 103,1133 \end{aligned}$$

Lalu, dicari nilai dari porsi bunga dari pembayaran cicilan ke-12 :

$$\begin{aligned} I_{12} &= i\, B_{11} \\ &= i\,(1,5X)\, a_{\overline{20-11}|10\%} \\ &= (0,1)(1,5(103,1133))\, a_{\overline{9}|10\%} \\ &= 89,07 \approx 89 \end{aligned}$$

Jawab: D.

17. Terdapat 3 produk investasi dengan tingkat hasil investasi seperti berikut.

    a. Investasi X dengan tingkat bunga nominal 6% dikonversikan bulanan

    b. Investasi Y dengan tingkat bunga yang setara *force of interest* 6%

    c. Investasi Z dengan tingkat bunga yang setara dengan tingkat diskonto nominal 6% dikonversikan bulanan

    A. $X > Y > Z$

    B. $Y > X > Z$

    C. $Y > Z > X$

    D. $Z > Y > X$

    E. $Z > X > Y$

    Pembahasan:

    Misalkan nominal yang diinvestasikan sebesar 1 satuan. Tinjau pernyataan dari masing-masing poin, dimana :

    (a) $i^{(12)} = 6\%$.

    (b) $\delta = 6\%$, artinya $\ln(1+i) = 0,06$ atau $i \approx 0,06183$.

    (c) $d^{(12)} = 6\%$.

    Lalu, hasil dari investasi menurut ketiga produk ini adalah :

    (a) Investasi X $= 1\left(1 + \dfrac{6\%}{12}\right)^{12} \approx 1,061677.$

(b) Investasi Y $= 1(1 + 0,06183) = 1,06183$.

(c) Investasi Z $= 1\left(1 - \frac{0,06}{12}\right)^{-12} \approx 1,06199$.

sehingga, urutan investasi yang tepat adalah $Z > Y > X$.

Jawab: D.

18. Suatu anuitas 10 tahun dengan pembayaran 500 di setiap awal kwartal untuk 6 tahun pertama dan pembayaran 500 di setiap awal semester untuk 4 tahun berikutnya. Jika tingkat bunga efektif tahunan adalah 8%, tentukan nilai kini dari anuitas ini. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

A. 11.465

B. 11.555

C. 11.721

D. 11.915

E. 12.009

Pembahasan:

Pertama, kita perlu mencari tingkat bunga efektif kuartalan, $\frac{i^{(4)}}{4}$, dan tingkat bunga efektif semesteran, $\frac{i^{(2)}}{2}$ dimana :

$$1 + 0,08 = \left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^4$$
$$\frac{i^{(4)}}{4} = 0,01943.$$

dan

$$1 + 0,08 = \left(1 + \frac{i^{(2)}}{2}\right)^2$$
$$\frac{i^{(2)}}{2} = 0,03923.$$

Lalu, kedua anuitas bertipe *annuity due* dengan masing-masing dibayarkan 24 kali (kwartalan selama 6 tahun) dan 8 kali (semesteran selama 4 tahun). Nilai kini dari anuitas ini diberikan oleh :

$$\begin{aligned}
PV &= 500\ddot{a}_{\overline{24}|0,01943} + 500\ddot{a}_{\overline{8}|0,03923}v^6 \\
&= 500\left(\frac{1-1,01943^{-24}}{\frac{0,01943}{1,01943}}\right) + 500\left(\frac{1-1,03923^{-8}}{\frac{0,03923}{1,03923}}\right)1,08^{-6} \\
&= 11.914,42
\end{aligned}$$

Jawab: D.

19. Pada suatu tingkat bunga sederhana, uang sebessar 1000 akan bertumbuh menjadi 1200 setelah suatu periode waktu. Tentukan nilai akumulasi dari uang sebesar 600 dengan ketentuan :

    - tingkat bunga sederhana yang besarnya 4/5 kali semula
    - periode akumulasi yang 3 kali semula

    A. 650

    B. 720

    C. 888

    D. 1.050

    E. 1.200

    Pembahasan:

    Dari kalimat pertama, didapatkan informasi :

    $$1200 = 1000(1+ni) \Rightarrow ni = 0,2.$$

    Lalu, nilai tingkat bunga diubah menjadi 0,8× semula dan periode waktu diubah menjadi

$3\times$ semula, sehingga :

$$\begin{aligned} A_n^* &= A_0\left(1+(i^*)(n^*)\right) \\ &= 600\left(1+(0,8i)(3n)\right) \\ &= 600\left(1+(2,4)(ni)\right) \\ &= 600\left(1+(2,4)(0,2)\right) \\ &= 888 \end{aligned}$$

Jawab: C.

20. Bank Rakyat Sejahtera memberikan hutang sebesar 10.000 yang akan dicicil dengan pembayaran tetap di setiap akhir tahun selama 20 tahun. Hutang dikenakan tingkat bunga efektif 9% per tahun. Setelah tahun ke-10, Pak Setyo memutuskan untuk mengubah pembayarannya sehingga hutang tersebut akan lunas di akhir tahun ke-15. Bagaimanakah pendapatan bunga Bank Rakyat Sejahtera akan berubah? Bulatkan jwaban ke satuan terdekat.

    A. Berkurang sebesar 1.917

    B. Bertambah sebesar 1.917

    C. Berkurang sebesar 712

    D. Bertambah sebesar 712

    E. Berkurang sebesar 3.560

    Pembahasan:

    Pertama, kita akan mencari nilai cicilan, R, yaitu :

$$\begin{aligned} 10.000 &= Ra_{\overline{20|}0,09} \\ 10.000 &= R\left(\frac{1-1,09^{-20}}{0,09}\right) \\ R &= 1.095,46475 \end{aligned}$$

Dengan mekanisme pembayaran selama 20 kali, besar pendapatan bank adalah :

$$1.095,46475(20) - 10.000 = 11.909,295.$$

Lalu, *Outstanding Loan Balance* setelah pembayaran ke-10 adalah :

$$\begin{aligned} B_{10} &= Ra_{\overline{20-10}|0,09} \\ &= 1.095,46475\left(\frac{1-1,09^{-10}}{0,09}\right) \\ &= 7.030,317789 \end{aligned}$$

Lalu, besar cicilan yang akan dibayarkan pak Setyo selama lima tahun kedepan adalah :

$$\begin{aligned} 7.030,317789 &= R^* a_{\overline{5}|0,09} \\ 7.030,317789 &= R^*\left(\frac{1-1,09^{-5}}{0,09}\right) \\ R^* &= 1.807,441674 \end{aligned}$$

Dari mekanisme pembayaran ini, pendapatan bank menjadi :

$$1.095,46475(10) + 1.807,441674(5) - 10.000 = 9.991,855.$$

Artinya, pendapatan bunga bank akan berkurang sebesar $11.909,295 - 9.991,855 \approx 1.917$.
Jawab: A.

21. Dari persamaan-persamaan berikut, yang manakah yang benar?

(1) $\ddot{a}_{\overline{n}|} = (1 - v^n) + a_{\overline{n}|}$

(2) $\ddot{s}_{\overline{n}|} = (1+i)^n\, a_{\overline{n}|}$

(3) $\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \sum_{k=1}^{\infty} v^k$

A. Hanya 1

B. 1 dan 2

C. 1 dan 3

D. 2 dan 3

E. 1, 2, dan 3

Pembahasan:

Hanya pernyataan (2) yang salah sebab $\ddot{s}_{\overline{n}|} = (1+i)^n \ddot{a}_{\overline{n}|}$.

Jawab: C.

22. Sebuah obligasi 15 tahun dengan nilai par 1000 dan tingkat kupon 8% yang dibayarkan semesteran dijual pada harga 1.120. Kupon dapat diinvestasikan kembali dengan tingkat bunga nominal 6% dikonversikan semesteran. Asumsikan pembeli obligasi tetap memiliki obligasi tersebut hingga jatuh tempo, tentukan tingkat imbal hasil (*yield rate*) efektif tahunan secara keseluruhan yang didapat oleh pembeli obligasi.

A. 5,91%

B. 6,00%

C. 6,23%

D. 6,45%

E. 6,56%

Pembahasan:

Diberikan $i^{(2)} = 6\%$ dan $r^{(2)} = 8\%$, serta periode pembayaran adalah 30 kali (semesteran dalam 15 tahun). Pertama, perlu kita cari nilai obligasi, P, dengan meninjau informasi bahwa kupon bisa diinvestasikan kembali.

$$P = 1000 + 1000 \times (4\%) \times s_{\overline{30}|3\%}$$
$$P = 2.903,0166$$

Lalu, kita cari tingkat imbal hasil, j, dimana :

$$2.903,0166 = 1.120(1+j)^{15}$$
$$j \approx 6,56\%$$

Jawab: E.

23. Diberikan sebuah obligasi 20 tahun dengan tingkat kupon 7,5% yang dibayarkan semesteran. Jika tingkat imbal hasil dari obligasi tersebut berubah dari 8,0% menjadi 8,5% pada saat penerbitan obligasi, berapakah dampak terhadap harga obligasi tersebut?

    A. Harga berubah(naik atau turun) tidak lebih dari 5%

    B. Harga naik lebih dari 5% tapi kurang dari 15%

    C. Harga turun lebih dari 5% tapi kurang dari 15%

    D. Harga naik lebih dari 15%

    E. Harga turun lebih dari 15%

    Pembahasan:

    Diketahui $r^{(2)} = 7,5\%$ dan periode pembayaran adalah 40 kali (semesteran selama 20 tahun). Misalkan nilai par sama dengan nilai penebusan yaitu $F = C = X$. Tinjau harga obligasi, P, dengan tingkat imbal hasil $i^{(2)} = 8\%$ terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} P_1 &= F(0,0375)a_{\overline{40}|0,04} + C(1,04)^{-40} \\ &= X(0,0375)a_{\overline{40}|0,04} + X(1,04)^{-40} \\ &= 0,9505180X \end{aligned}$$

    Lali, tinjau harga obligasi dengan tingkat imbal hasil $8,5\%$.

$$\begin{aligned} P_1 &= F(0,0375)a_{\overline{40}|0,0425} + C(1,0425)^{-40} \\ &= X(0,0375)a_{\overline{40}|0,0425} + X(1,0425)^{-40} \\ &= 0,9046136X \end{aligned}$$

    Bila kita perhatikan, harga obligasi turun sebesar $0,0459X$ dan persentase turunnya harga sebesar $\dfrac{0,0459X}{0,9505180X} = 0,048289$. Dengan kata lain, harga obligasi berubah sebesar kurang dari 5%.

    Jawab: A.

24. Sebuah perpetuitas memberikan pembayara sebesar 1000 di setiap akhir tahun. Nilai kini (*present value*) dari perpetuitas ini setara dengan anuitas 15 tahun yang memberikan

pembayaran sebesar X pada setiap akhir tahun. Jika nilai kini dihitung dengan menggunakan tingkat bunga efektif tahunan 8% untuk 10 tahun pertama dan 6% kemudidan, tentukan nilai X. Bulatkan jawaban ke stauan terdekat

A. 1.460

B. 1.480

C. 1.844

D. 1.866

E. 1.922

Pembahasan: Soal dianulir

25. Diberikan dua buah investasi yang masing-masing berkembang dengan tingkat bunga efektif 8% dan 5% berturut-turut. Jika nilai awal pada keduanya adalah sama-sama 100, tentukan pada waktu kapan nilai akumulasi investasi pertama sama dengan dua kainya investasi kedua.

A. 24,6 tahun

B. 12,3 tahun

C. 6,2tahun

D. 3,1 tahun

E. 1 tahun

Pembahasan:

Akan dicari waktu ketika investasi pertama sama dengan hasil investasi kedua. Misalkan hasil investasi pertama adalah $A = 100(1,08)^t$ dan hasil investasi kedua adalah $B = 100(1,05)^t$. Waktu ketika investasi pertama sama dengan hasil investasi kedua memenuhi persamaan berikut.

$$\begin{aligned}
A &= 2B \\
100(1,08)^t &= 2(100)(1,05)^t \\
\left(\frac{1,08}{1,05}\right)^t &= 2 \\
t &= \frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{1,08}{1,05}\right)} \approx 24,6051
\end{aligned}$$

Jawab: A.

26. Investasi A memberikan bunga efektif 8% per tahun. Investasi B memberikan tingkat buga sederhana 10%. Pada waktu t berapakah *force of interest* dari kedua innvestasi tersebut sama ? Bulatkan ke satu desimal terdekat.

    A. 1 tahun

    B. 1,5 tahun

    C. 2 tahun

    D. 2,5 tahun

    E. 3 tahun

    Pembahasan:

    Pertama kita tinjau *force of interest* dari masing-masing investasi yaitu, δ_A dan δ_B dimana :

$$\begin{aligned}\delta_A &= \frac{a'(t)}{a(t)}\\ &= \frac{1,08^t \ln(1,08)}{1,08^t}\\ &= \ln(1,08)\end{aligned}$$

    dan

$$\begin{aligned}\delta_B &= \frac{b'(t)}{b(t)}\\ &= \frac{0,1}{1+0,1t}\end{aligned}$$

    Lalu, akan dicari nilai t yang menyebabkan kedua *force of interest* bernilai sama.

$$\begin{aligned}\ln(1,08) &= \frac{0,1}{1+0,1t}\\ t &= \frac{0,1}{\ln(1,08)} - 1\\ t &\approx 3 \text{ tahun}\end{aligned}$$

    Jawab: E.

27. Sejumlah uang didepositokan dengan tingkat bunga efektif 6% setahun selama 5 tahun. Bila diketahui tingkat inflasi adalah 8% per tahun selama 5 tahun tersebut, hitunglah berapa persen nilai dari uang tersebut yang hilang (*lost of purchasing power*) selama periode tersebut?

    A. 8,92%

    B. 9,21%

    C. 9,52%

    D. 9,91%

    E. 10,12%

    Pembahasan:

    Dari informasi diatas didapat persamaan :

$$1,06 = (1 + j)(1,08)$$

    atau

$$(1 + j) = 0,98148.$$

    Karena kejadian inflasi terjadi lima tahun, didapat :

$$(1 + j)^5 \approx 0,91078 = 91,08\%.$$

    Dengan kata lain, LOPP yang terjadi sebesar $8,92\%$.

    Jawab: A.

28. Pak Subur berencana untuk menabung sebesar 200 pada setiap akhir tahun selama $2n$ tahun. Setelahnya Pak Subur akan menabung sebesar 500 pada setiap akhir tahun selama n tahun. Pada akhir $3n$ tahun tersebut, tabungan Pak Subur terakumulasi menjadi 31.041. Jika diketahui $(1 + i)^n = 2$, tentukan i.

    A. 4,98%

    B. 5,48%

C. 5,98%

D. 6,48%

E. 7,98%

Pembahasan:

Dari informasi diatas, dapat diformulasikan menjadi persamaan :

$$
\begin{aligned}
31041 &= 200 s_{\overline{2n}|i}(1+i)^n + 500 s_{\overline{n}|i} \\
31041 &= 200\left(\frac{(1+i)^{2n}-1}{i}\right)(1+i)^n + 500\left(\frac{(1+i)^n-1}{i}\right) \\
31041 &= 200\left(\frac{2^2-1}{i}\right)2 + 500\left(\frac{2-1}{i}\right) \\
31041 &= \frac{1200}{i} + \frac{500}{i} \\
i &\approx 5,4\%
\end{aligned}
$$

Jawab: B.

29. Pak Jason memiliki hutang yang akan dilunasi dengan pembayaran sebesar 200, 300, dan 450 pada akhir tahun ke-2, 3, dan 4 berturut-turut. Diketahui tingkat bunga efektif tahunan adalah 8%. Tentukan pada waktu t (dalam tahun) berapa pembayaran sebesar 800 akan ekuivalen dengan skema pelunasan semula.

   A. 0,6 tahun

   B. 1 tahun

   C. 1,4 tahun

   D. 1,8 tahun

   E. 2,2 tahun

Pembahasan:

Pertama-tama, kita perlu mencari nilai PV dari pembayaran skema 1 :

$$
\begin{aligned}
PV_1 &= 200(1,08)^{-2} + 300(1,08)^{-3} + 400(1,08)^{-4} \\
&= 740,381
\end{aligned}
$$

Lalu, untuk skema 2 didapat PV sebagai berikut :

$$PV_2 = 800(1,08)^{-t}$$

Agar skema bernilai sama, maka :

$$\begin{aligned} 740,381 &= 800(1,08)^{-t} \\ \frac{740,381}{800} &= 1,08^{-t} \\ \ln\left(\frac{740,381}{800}\right) &= -t\ln(1,08) \\ t &\approx 1 \text{ tahun} \end{aligned}$$

Jawab: B.

30. Suatu hutang sebesar 10.000 dikenakan tingkat bunga efektif tahunan 10%. Hutang akan dicicil selama 20 tahun dengan pembayaran di setiap akhir tahun. Setiap pembayaran memuat bagian pokok yang sama dan memuat bagian bunga yang dihitung berdasarkan sisa hutang yag belum terbayar. Tentukan total porsi bunga dari seluruh pembayaran.

    A. 9.500

    B. 10.500

    C. 11.500

    D. 12.500

    E. 13.500

    Pembahasan:
    Pada bagian ini, akan digunakan tabel amortisasi (dapat dilihat pada halaman berikutnya).

    Total porsi bunga yang dibayarkan adalah :

$$1.000 + 950 + 900 + \ldots + 100 + 50 = 10.500$$

    Jawab: B.

t	B_t	$I = 10\%B$	R_t	P_t (tetap)	B_{t+1}
0	10000	1000	1500	500	9500
1	9500	950	1450	500	9000
2	9000	900	1400	500	8500
3	8500	850	1350	500	8000
4	8000	800	1300	500	7500
5	7500	750	1250	500	7000
6	7000	700	1200	500	6500
7	6500	650	1150	500	6000
8	6000	600	1100	500	5500
9	5500	550	1050	500	5000
10	5000	500	1000	500	4500
11	4500	450	950	500	4000
12	4000	400	900	500	3500
13	3500	350	850	500	3000
14	3000	300	800	500	2500
15	2500	250	750	500	2000
16	2000	200	700	500	1500
17	1500	150	650	500	1000
18	1000	100	600	500	500
19	500	50	550	500	0

BAB 11

PEMBAHASAN A10 APRIL 2019

1. Diketahui m dan n adalah bilangan bulat positif dan tingkat suku bunga $i > 0$. Jika diberikan pernyataan - pernyataan berikut :

   (1) $\delta = n \ln \left(1 + i^{(n)}\right)$

   (2) $\left(1 + \frac{i^{(n)}}{n}\right)^m = \left(1 + \frac{1^{(m)}}{m}\right)^n$

   (3) $e^{\delta} = v^{-1}$

   (4) $d = 1 - v$

   Berapa pernyataan yang benar ?

   A. 0

   B. 1

   C. 2

   D. 3

   E. 4

   Pembahasan:

   Pernyataan (1) salah sebab

   $$\delta = n \ln \left(1 + i^{(n)}\right) = \ln \left(1 + i^{(n)}\right)^n \neq \ln \left(1 + \frac{i^{(n)}}{n}\right)^n = \ln(1 + i)$$

   Pernyataan (2) salah, seharusnya :

   $$\left(1 + \frac{i^{(n)}}{n}\right)^n = \left(1 + \frac{1^{(m)}}{m}\right)^m$$

Pernyataan (3) benar karena

$$e^{\delta} = e^{\ln(1+i)} = 1 + i = \frac{1}{v}$$

Pernyataan (4) benar karena

$$d = \frac{i}{1+i} = 1 - \frac{1}{1+i} = 1 - v$$

Jawab: C.

2. Suatu instrumen investasi memberikan imbal hasil yang setara dengan *force of interest* 5%. Tentukan nilai dari sebuah investasi sebesar 1.000 setelah 12 tahun. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat

   A. 1.851

   B. 1.822

   C. 1.796

   D. 1.771

   E. 1.740

   Pembahasan:

   Diketahui *force of interest* yaitu $\ln(1+i) = 5\%$, sehingga bisa didapat $1 + i = 1,05127$.

$$\begin{aligned} A_{12} &= A_0(1+i)^{12} \\ &= 1000(1,05127)^{12} \\ &= 1.822,1188 \\ &\approx 1.822 \end{aligned}$$

   Jawab: B.

3. PT Bank Tajir menerbitkan beberapa produk Deposito Ekstra dengan fitur berikut :

   - Nasabah harus menempatkan dana selama 1 tahun dan dana tidak boleh diambil selama 1 tahun tersebut.

- Tingkat bunga dana sebesar 5% per tahun diberikan berdasarkan penempatan awal.
- Jika penempatan dana melebihi 5.000, maka kelebihan dana dari 5.000 akan mendapatkan tingkat bunga tambahan sebesar 2%.

Dengan menggunakan fitur di atas, tingkat bunga berapakah yang setara dengan produk tabungan di atas jika penempatan dana awal adalah 12.000 ?

A. $7,00\%$

B. $6,50\%$

C. $6,41\%$

D. $6,17\%$

E. $5,57\%$

Pembahasan:

Pernyataan pertama mengatakan bahwa dana tidak boleh diambil selama satu tahun pertama. Pernyataan kedua mengatakan bahwa $i = 5\%$. Pernyataan ketiga berkata, bila dana melebihi 5.000, maka kelebihan nominal akan mendapatkan bunga $i = 7\%$. Diberikan penempatan awal adalah 12.000 (kelebihan dana 7.000). Bunga yang setara dengan produk tersebut adalah j yang memenuhi persamaan berikut.

$$\begin{aligned} 5.000(1,05) + 7.000(1,07) &= 12.000(1+j) \\ 12.740 &= 12.000(1+j) \\ 1,0617 &= 1+j \\ j &\approx 6,17\% \end{aligned}$$

Jawab: D.

4. PT Invezz sebuah perusahaan manajemen aset menerbitkan sebuah produk investasi baru yang memiliki fitur seperti berikut :

   - Nasabah harus melakukan pembayaran berkala sebesar 1.000 setiap awal tahun selama 10 tahun.

- Produk memberikan tingkat bunga efektif 6% per tahun selama 5 tahun pertama dan efektif 8% per tahun selama 5 tahun berikutnya.
- Saldo investasi akan dipotong oleh PT. Invezz sebesar X pada setiap awal tahun selama 5 tahun pertama sebagai biaya administrasi.

Tentukan nilai X sedemikian sehingga nilai akumulasi di akhir tahun 10 akan sama dengan jika nasabah menginvestasikan besar uang yang sama setiap tahunnya dengan tingkat bunga efektif 7% per tahun.

A. $40,0$

B. $37,8$

C. $35,2$

D. $32,9$

E. $30,0$

Pembahasan:

(a) Berdasarkan pernyataan pertama, kita tahu bahwa setiap awal tahun (*annuity due*) harus ada pembayaran sebesar 1000. Hal ini dilakukan selama $n = 10$ tahun.

(b) Pernyataan kedua memberikan informasi mengenai $i_{eff} = 6\%$ untuk 5 tahun pertama dan $i_{eff} = 8\%$ untuk 5 tahun selanjutnya.

(c) Berdasarkan pernyataan ketiga, saldo akan dipotong X selama 5 tahun pertama. Artinya, pembayaran 5 tahun pertama sebesar $1.000 - X$.

Akan dicari X sehingga nilai akumulasi di akhir tahun ke 10 sama dengan nilai investasi nasabah bila diinvestasikan setiap tahunnya selama 10 tahun dengan 7% per tahun. Berjalan dari kasus ini, nilai akumulasi *annuity* adalah

$$(1.000 - X)\ddot{s}_{\overline{5}|0,06}(1,08)^5 + 1.000\ddot{s}_{\overline{5}|0,08}$$

dan nilai investasi selama 10 tahun dengan bunga efektif 7% adalah

$$1.000\ddot{s}_{\overline{10}|0,07}$$

Karena nilai dari kedua persamaan harus sama, maka :

$$
\begin{aligned}
(1.000 - X)\ddot{s}_{\overline{5}|0,06}(1,08)^5 + 1.000\ddot{s}_{\overline{5}|0,08} &= 1.000\ddot{s}_{\overline{10}|0,07} \\
(1.000 - X)\left(\frac{(1+0,06)^5}{\frac{0,06}{1,06}}\right)(1,08)^5 + 1.000\left(\frac{(1+0,08)^5}{\frac{0,08}{1,08}}\right) &= 1.000\left(\frac{(1+0,07)^{10}}{\frac{0,07}{1,07}}\right) \\
8.779,7 + 8,7797X + 6.335,929 &= 14.783,599 \\
8.779,7 + 6.335,929 - 14.783,599 &= 8,7797X \\
X &= 37,8
\end{aligned}
$$

Jawab: B.

5. Sebuah hutang sebesar X dicicil dengan pembayaran sebesar 1 di setiap awal tahun selama n tahun. Tingkat bunga efektif adalah i per tahun. Tentukan total bunga yang dibayar oleh peminjam.

   A. $n\,i$

   B. $i\ddot{a}_{\overline{n}|}$

   C. $d\ddot{a}_{\overline{n}|}$

   D. $\ddot{s}_{\overline{n}|} - n$

   E. $n - \ddot{a}_{\overline{n}|}$

   Pembahasan:
   Utang sebesar X dicicil selama n tahun dengan pembayaran sebesar 1. Artinya, total utang (termasuk bunga) yang harus dibayarkan $X = n$. Lalu, dengan cicilan selama n tahun di awal tahun (*annuity due*) dikenakan bunga efektif sebesar i per tahun. Artinya, selama proses pencicilan, total cicilan pada masa kini adalah $\ddot{a}_{\overline{n}|i}$. Jadi, total bunga yang dibayarkan adalah $n - \ddot{a}_{\overline{n}|i}$.
   Jawab: E.

6. Diberikan dua jenis anuitas seperti berikut :

- Anuitas A memberikan pembayaran sebesar R di setiap akhir tahun selama $2n$ tahun. Nilai kini (*present value*) dari anuitas ini pada tingkat bunga i adalah $33,55$.
- Anuitas B memberikan pembayaran sebesar $2R$ di setiap akhir tahun kedua. Anuitas berakhir setelah n kali pembayaran. Nilai kini (*present value*) dari anuitas ini pada tingkat bunga i adalah $32,30$.

Tentukan tingkat bunga i.

A. $8,0\%$

B. $7,8\%$

C. $7,6\%$

D. $7,4\%$

E. $7,2\%$

Pembahasan:

- Untuk anuitas A (*annuity immediate*), didapat persamaan :

$$33,55 = Ra_{\overline{2n}|i} = R\left(\frac{1-v^{2n}}{i}\right)$$

- Untuk anuitas B (*annuity immediate*), didapat persamaan :

$$32,30 = 2R(v^2 + v^4 + \ldots + v^{2n}) = 2R\left(\frac{v^2(1-v^{2n})}{1-v^2}\right)$$

Dengan membagi persamaan anuitas A dengan anuitas B diperoleh :

$$\begin{aligned} 1,03869 &= \frac{(1/i)}{(2v^2/(1-v^2))} \\ &= \frac{(1/i)}{(2(1+i)^2/(1-(1+i)^2))} \end{aligned}$$

sehingga, diperoleh aprokasimasi untuk i adalah $7,8\%$.

Jawab: B.

7. Sebuah perpetuitas memberikan pembayaran sebesar 1.000 terhitung satu tahun dari sekarang. Pembayaran berikutnya akan lebih besar 5% dari pembayaran sebelumnya. Jika

nilai kini (*present value*) dari perpetuitas ini adalah 25.000, maka tentukan tingkat bunga yang sesuai.

A. $9,0\%$

B. $8,0\%$

C. $7,0\%$

D. $6,0\%$

E. $4,0\%$

Pembahasan:

Pembayaran yang diberikan adalah 1000 satu tahun dari sekarang. Pembayaran selanjutnya 5% lebih besar dari hari ini. Nilai kini dari perpetuitas ini adalah 25000. Akan dicari tingkat bunga yang sesuai.

$$1.000 + 1.000(1,05)v + 1.000(1,05)^2v^2 + \ldots = \frac{1.000}{1-1,05v} = 25.000$$

sehingga diperoleh $v = 0,9142857$ dan $i \approx 9\%$.
Jawab: A.

8. Dengan tingkat suku bunga dan fitur anuitas yang serupa dengan soal nomor 7 di atas. Tentukan nilai kini dari perpetuitas ini, jika pembayaran perpetuitas dibatasi hingga 2.000. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

A. 16.832

B. 17.932

C. 19.221

D. 20.901

E. 22.151

Pembahasan:

Dengan soal nomor 7 (pembayaran 1000, $i = 9\%$, meningkat 5% setiap tahun), akan dicari nilai perpetuitas bila dibatasi hingga 2000. Pertama, dicari nilai n yang menyebabkan nilai uang menjadi 2.000, dimana harus memenuhi $1.000(1,05)^n = 2.000$. Nilai n yang memenuhi adalah 14 tahun. Artinya, didapat persamaan nilai kini dari perpetuitas yang baru adalah :

$$1.000\left(\frac{1-(\frac{1,05}{1,09})^{14}}{0,04}\right)+\frac{2.000}{9\%}\left(\frac{1}{1+9\%}\right)^{14}$$

sehingga diperoleh aproksimasi nilai kini dari perpetuitas yang baru adalah 16.832.

Jawab: A.

9. Suatu hutang dibayar dengan cicilan tetap setiap akhir tahun selama 24 tahun. Porsi bunga dan porsi pokok yang dibayarkan pada pembayaran ke-20 masing - masing adalah $121,35$ dan $258,56$. Tentukan sisa hutang setelah pembayaran ke-10. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

   A. 2.549

   B. 3.003

   C. 3.132

   D. 3.252

   E. 3.730

Pembahasan:

Diberikan $I_{20} = 121,35$ dan $P_{20} = 258,56$, sehingga $R = 121,35 + 258,56 = 379,91$. Lalu, harus dicari i dari dari cicilan tersebut dengan menggunakan I_{10}.

$$\begin{aligned}
I_{20} &= i\,B_{19} \\
121,35 &= i\,R\,a_{\overline{24-19}|i} \\
121,35 &= i\,379,91\left(\frac{1-v^5}{i}\right) \\
121,35 &= 379,91(1-(1+i)^{-5}) \\
0,319417 &= 1-(1+i)^{-5} \\
i &\approx 8\%
\end{aligned}$$

Lalu, dicari sisa hutang setelah pembayaran ke-10, B_{10}, yaitu:

$$B_{10} = Ra_{\overline{14}|8\%} = 379,91 \left(\frac{1 - 1,08^{-14}}{0,08} \right) \approx 3.132$$

Jawab: C.

10. Suatu hutang sebesar 8.000 memiliki tingkat bunga nominal 16% yang dikonversikan semesteran. Pokok hutang akan dibayar selama 20 tahun dengan *sinking fund* yang memberikan tingkat bunga nominal 13% yang dikonversikan semesteran. Jika pembayaran bunga dan *sinking fund* dilakukan di setiap akhir semester, tentukan total semua pembayaran yang diperlukan setiap tahunnya. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

    A. 1.371

    B. 1.380

    C. 1.391

    D. 1.404

    E. 1.419

    Pembahasan:

    Diketahui :
    $i^{(2)} = 16\% \rightarrow \frac{i^{(2)}}{2} = 8\%$
    $L = 8.000$
    $n = 20$ tahun
    $i^{(2)}_{SFD} = 13\% \rightarrow \frac{i^{(2)}_{SFD}}{2} = 6,5\%$
    Akan dicari total pembayaran setiap tahunnya, R, dimana

$$\begin{aligned} R &= i\,L + SFD \\ &= 8\%\,8.000 + \frac{8.000}{s_{\overline{40}|6,5\%}} \\ &\approx 685,549 \end{aligned}$$

    Namun, karena digunakan *interest* setiap semester, pada kalkulasi diatas diperoleh R per semester juga. Artinya, setiap tahun harus membayar sebesar 1.371.

    Jawab: A.

11. Pak Untung meminjam uang sebesar 100.000 yang akan dicicil di setiap akhir tahun dengan cicilan tetap selama 15 tahun dan tingkat bunga tahunan efektif 8%. Setelah pembayaran ke-10, Pak Untung memutuskan untuk mengubah cara pembayarannya dengan menggunakan *sinking fund* yang memberikan tingkat bunga 10%. Setiap tahun Pak Untung membayar cicilan dengan besar yang sama seperti sebelumnya yang dibagi menjadi pembayaran bunga ke pemberi pinjaman dan sisanya ke *sinking fund*. Tentukan apakah uang yang terakumulasi di *sining fund* mencukupi atau tidak untuk melunasi sisa hutan dan berapa besar kelebihan atau kekurangannya. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

    A. Tidak cukup dengan kekurangan sebesar 1.896.

    B. Cukup dan mempunyai kelebihan sebesar 1.896.

    C. Tidak cukup dengan kekurangan sebesar 1.947.

    D. Cukup dan mempunyai kelebihan sebesar 1.947.

    E. Cukup dan mempunyai kelebihan sebesar 7.851.

    Pembahasan:

    Pertama, kita harus menghitung nilai cicilan, R, yang dilakukan pak Untung untuk membayar hutang 100000 dengan cicilan 15 tahun yaitu,

$$R = \frac{100.000}{a_{\overline{15}|8\%}} = \frac{100.000}{\frac{1-1,08^{-15}}{0,08}} \approx 11.682,95449$$

Setelah melakukan pembayaran ke 10, sisa hutang dari pak Untung adalah

$$B_{10} = Ra_{\overline{5}|0,08} = 11.682,95449\left(\frac{1-1,08^{-5}}{0,08}\right) = 46.646,64967$$

Setelah melakukan pembayaran ke 10, pak Untung mengubah cara pembayaran dengan *sinking fund* bunga $j_{SF} = 10\%$. Dengan demikian, cicilan yang harus dilakukan dengan *sinking fund* adalah SFD, dimana :

$$R = iB_{10} + SFD$$
$$11.682,95449 = (0.08)(46.646,64967) + SFD$$
$$SFD = 7.951,222516$$

Dengan menyetorkan $7.951,222516$ selama lima tahun, maka total akumulasi nilai uang dari SFD adalah

$$7.951,222516 s_{\overline{5}|0.1} = 7.951,222516 \left(\frac{1,1^5 - 1}{0,1} \right) = 48.543,00859$$

Tinjau kembali sisa hutang sesaat setelah pembayaran ke 10 yaitu, $46.646,64967$. Artinya, dengan metode *sinking fund*, pak Untung bisa membayar hutangnya dan memiliki kelebihan sebesar $1.896,358915$.

Jawab: B.

12. Sebuah obligasi selama 10 tahun memiliki nilai par 1.000 dan memberikan kupon yang dibayarkan setiap setengah tahun dengan tingkat kupon 9%. Nilai penebusan obigasi ini adalah 1.050. Tentukan harga dari obligasi ini jika tingkat imbal hasil (*yield rate*) dari obligasi ini adalah 8% dikonversikan semesteran. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

    A. 1.115

    B. 1.091

    C. 1.050

    D. 979

    E. 956

    Pembahasan:

    Diketahui nilai par $F = 1.000$ dan pembayaran dilakukan $n = 10$ tahun. Obligasi memiliki tingkat kupon 9% semesteran ($r = 4,5\%$). Nilai penebusan $C = 1.050$ dan *yield rate* semesteran 8% ($i = 4\%$).

    Harga obligasi, P, adalah

$$P = 1.000 \; 4,5\% \; a_{\overline{20}|4\%} + 1.050 \, 1,04^{-20} \approx 1.090,77$$

    Jawab: A.

13. Sebuah obligasi 12 tahun dengan nilai par 10.000 memiliki tingkat kupon tahunan 8%. Obligasi ini dibeli dengan tingkat imbal hasil 5%. Tentukan porsi pokok dari nilai kupon tersebut pada pembayaran kupon ke-9. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

A. 259

B. 247

C. 235

D. 222

E. 210

Pembahasan:

Diberikan waktu jatuh tempo obligasi adalah $n = 12$ tahun, $F = C = 10.000$, $r = 8\%$, dan $i = 5\%$. Akan dicari nilai porsi pokok kupon pada pembayaran ke 9, P_9, dimana:

$$P_9 = R_9 - I_9 = R_9 - iB_8$$

sehingga diperlukan besar cicilan, R_9, dan nilai B_8. Besar kupon yang dibayarkan adalah $0.08 \times 10.000 = 800$. Nominal ini yang akan digunakan sebagai besar cicilan. Lalu, untuk mencari B_8 digunakan formula *Bond Ammortization*, dimana

$$B_t = F\, r\, a_{\overline{n-t}|i} + C\, v^{n-t}$$

sehingga

$$B_8 = 10.000(0,08)a_{\overline{4}|0,05} + 1.000v^4 = 11.063,78515$$

Kemudian, nilai P_9 adalah

$$800 - 0,08(11.063,78515) = 246,8107 \approx 247$$

Jawab: B.

14. Tentukan besar nilai X pada tabel di bawah sedemikian sehingga tingkat imbal hasil dari proyek yang memiliki arus kas seperti di bawah adalah 15%. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

A. 124

B. 142

Periode	Arus Kas Bersih (Net Cash Flow)
0	-800
1	$4X+20$
2	$2X+40$
3	$X+80$

C. 160

D. 179

E. 203

Pembahasan:

Diketahui $i = 15\%$ sehingga $v = 1,05^{-3} = 0,86956$. Besar nilai X pada arus kas diatas harus memenuhi nilai kini = 0, dimana :

$$\begin{aligned} -800 + (4X+20)v + (2x+40)v^2 + (X+80)v^3 &= 0 \\ X(4v + 2v^2 + v^3) + (-800 + 20v + 40v^2 + 80v^3) &= 0 \\ X(5,6481) - 699,76165 &= 0 \end{aligned}$$

sehingga $X = 123,89 \approx 124$.

Jawab: A.

15. Nyatakan $d^{(4)}$ sebagai fungsi dari $i^{(3)}$

A. $4\left[1 - \left(1 + \frac{i^{(3)}}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]$

B. $3\left[1 - \left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]$

C. $4\left[1 + \left(1 + \frac{i^{(3)}}{3}\right)^{\frac{3}{4}}\right]$

D. $3\left[1 + \left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]$

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
\left(1-\frac{d^{(p)}}{p}\right)^{-p} &= \left(1+\frac{i^{(n)}}{n}\right)^{n}\\
\left(1-\frac{d^{(4)}}{4}\right)^{-4} &= \left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{3}\\
\left(1-\frac{d^{(4)}}{4}\right) &= \left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}\\
-\frac{d^{(4)}}{4} &= \left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}-1\\
\frac{d^{(4)}}{4} &= -\left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}+1\\
d^{(4)} &= 4\left[1-\left(1+\frac{i^{(3)}}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}\right]
\end{aligned}
$$

Jawab: A.

16. Suatu hutang sebesar 1.500 yang dikenakan tingkat bunga efektif tahunan $8,5\%$ akan dicicil selama 15 tahun. Hutang tersebut dicicil dengan pembayaran sebesar X di setiap akhir tahun selama 10 tahun pertama dengan pembayaran $1,2X$ di setiap akhir tahun selama 5 tahun kedua. Tentukan porsi pokok dari pembayaran cicilan ke-12. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

    A. 163

    B. 150

    C. 138

    D. 58

    E. 45

Pembahasan:

Pertama, kita harus mengetaui nilai X terlebih dahulu. Tinjau *timeline* berikut ini.

Karena total hutang adalah 1500, maka nilai kini anuitas harus sama dengan 1500, dimana

Cicilan	*	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	$1.2X$	$1.2X$	$1.2X$	$1.2X$	$1.2X$
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

persamaan anuitas diberikan oleh

$$\begin{aligned}
1.500 &= Xa_{\overline{10}|8,5\%} + 1.2Xa_{\overline{5}|8,5\%}\, v^{10} \\
1.500 &= X\left(\frac{1-1,085^{-10}}{0,085}\right) + 1,2X\left(\frac{1-1,085^{-5}}{0,085}\right)(1,085)^{-10} \\
1.500 &= 8,652814279X
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh $X \approx 173,354$. Lalu, kita akan menghitung nilai dari P_{12}, dimana

$$\begin{aligned}
P_{12} &= R_{12} - I_{12} \\
&= 1,2X - iB_{11} \\
&= 1,2X - 0,085(1.2Xa_{\overline{4}|0,085}) \\
&= 1,2(173,354) - 0,085(681,4053544) \\
&= 150,1053 \\
&\approx 150
\end{aligned}$$

Jawab: B.

17. Terdapat 3 produk investasi dengan tingkat hasil investasi seperti berikut.

    a. Investasi X dengan tingkat bunga nominal $8,0\%$ dikonversikan kwartalan

    b. Investasi Y dengan tingkat bunga yang setara dengan *force of interest* $7,9\%$

    c. Investasi Z dengan tingkat bunga yang setara dengan tingkat diskonto nominal $7,8\%$ dikonversikan bulanan.

    Tentukan uruan hasil investasi dari produk - produk di atas.

    A. $X > Y > Z$

    B. $X > Z > Y$

    C. $Y > Z > X$

    D. $Z > Y > X$

E. $Z > X > Y$

Pembahasan:

Untuk menentukan manakah investasi yang terbaik, peninjauan utama harus pada *interest rate* yang tertinggi. Artinya, perlu dicari i_{eff} per investasi.

(a) Investasi X memiliki tingkat bunga nominal 8% yang dikonversikan kuartalan, sehingga $i_X^{(4)} = 2\%$. Untuk mencari i_X digunakan formula :

$$1 + i_X = \left(1 + \frac{i_X^{(4)}}{4}\right)^4$$

sehingga didapat $i_X = 8,24\%$.

(b) Investasi Y memiliki *force of interest* $\delta = \ln(1 + i_Y) = 7,9\%$. Artinya, bisa disimpulkan $i_Y = 8,22\%$.

(c) Untuk investasi Z memiliki tingkat diskonto nominal sebesar $d^{(12)} = 7,8\%$ dikonversikan bulanan. Untuk memperoleh i_Z digunakan formula :

$$1 + i_Z = \left(1 - \frac{7,8\%}{12}\right)^{-12}$$

sehingga diperoleh $i_Z = 8,139\%$.

Dari ketiga nilai tingkat bunga, disimpulkan urutan investasi dari ketiga produk diatas adalah $X > Y > Z$.

Jawab: A.

18. Sebuah anuitas 12 tahun dengan pembayaran 300 di setiap awal kwartal untuk 8 tahun pertama dan pembayaran 150 di setiap awal bulan untuk 4 tahun berikutnya. Jika tingkat suku bunga efektif tahunan adalah 10%, tentukan nilai kini dari anuitas ini. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

    A. 9.601

    B. 9.596

    C. 9.490

    D. 9.458

    E. 9.436

    Pembahasan:

    Diberikan informasi berikut :

    Untuk mengerjakan soal ini, diperlukan nilai tingkat bunga nominal kwartalan ($i^{(4)}$) dan bulanan ($i^{(12)}$) terlebih dahulu.

$$
\begin{aligned}
1 + i &= \left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 \\
1 + 10\% &= \left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^4 \\
i^{(4)} &= 9,6\%
\end{aligned}
$$

    dan

$$
\begin{aligned}
1 + i &= \left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} \\
1 + 10\% &= \left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} \\
i^{(12)} &= 9,5688\%
\end{aligned}
$$

    Karena pembayaran anuitas 8 tahun dilakukan secara kwartalan, maka akan ada 32 kali pembayaran. Sedangkan untuk anuitas 4 tahun selanjutnya dilakukan secara bulanan, maka akan ada 48 kali pembayaran. Kemudian untuk i_{eff} yang digunakan masing-masing adalah

$\frac{i^{(4)}}{4} = 2,4\%$ dan $\frac{i^{(12)}}{12} = 0,7974\%$. Nilai kini dari anuitas tersebut diberikan oleh :

$$300\ddot{a}_{\overline{32}|2.4\%} + 150\ddot{a}_{\overline{48}|0,7974\%}\,(1,1)^{-8}$$

dimana nilai yang paling mendekati dari anuitas ini adalah 9.601.

Jawab: A.

19. Pada suatu tingkat bunga sederhana, uang sebesar 1.000 akan bertumbuh menjadi 1.240 setelah suatu periode waktu. Tentukan nilai kini dari akumulasi uang sebesar 1.540 dengan ketentuan :

    - Tingkat bunga sederhana yang besarnya $5/4$ kali semula
    - Periode akumulasi yang $1/3$ kali semula

    A. 1.080

    B. 1.120

    C. 1.200

    D. 1.240

    E. 1.400

    Pembahasan:

    Diketahui bahwa dengan menggunakan tingkat bunga sederhana, uang 1000 akan bernilai 1240 setelah suatu periode waktu. Artinya,

    $$1.240 = 1.000(1 + n\,i)$$

    atau

    $$n\,i = 0,24$$

    Kemudian dari pernyataan pertama dan kedua, tingkat bunga diubah menjadi $\frac{5i}{4}$ dan periode diperkecil menjadi $\frac{n}{3}$. Artinya, uang 1.000 akan berubah menjadi :

    $$1.000\left(1 + \left(\frac{5i}{4}\right)\left(\frac{n}{3}\right)\right) = 1.000\left(1 + \frac{5}{12}(n\,i)\right) = 1.000\left(\frac{5}{12}(0,24)\right) \approx 1.400.$$

Jawab: E.

20. Pak Tono berhutang sebesar 10.000 kepada Bank Ceria Abadi untuk keperluan KPR dengan tenor 10 tahun. Hutang akan dicicil dengan pembayaran sebesar X di detiap akhir tahun selama 5 tahun pertama dan sebesar Y untuk 5 tahun berikutnya. Bunga yang berlaku pada 5 tahun pertama adalah $6,5\%$ dan $8,5\%$ untuk 5 tahun berikutnya. Jika cicilan X dan Y dihitung sedemikian sehingga 40% dari pokok telah terbayar setelah pembayaran ke-5, tentukan total pemasukan bunga yang diperoleh bank. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

    A. 3.367

    B. 3.982

    C. 4.376

    D. 4.844

    E. 5.238

    Pembahasan:

    Tinjau bahwa setelah pembayaran ke lima, 40% pokok hutang telah terbayar. Artinya, $B_5 = 6.000$. Pada soal tertera bahwa lima tahun pertama, pak Tono mencicil sebesar X dan lima tahun selanjutnya mencicil sebesar Y. Untuk mencari nilai X dan Y digunakan mekanisme *retrospective* dan *prospective*.

    i. *Retrospective*

    $$\begin{aligned} B_5 &= L(1,065)^5 - Xs_{\overline{5}|0,065} \\ X &\approx 1.352,538 \end{aligned}$$

    ii. *Prospective*

    $$\begin{aligned} B_5 &= Ya_{\overline{5}|0,085} \\ 6.000 &= Y\left(\frac{1-1,085^{-5}}{0,085}\right) \\ Y &\approx 1.522,595 \end{aligned}$$

Artinya, total pemasukan bunga yang diperoleh bank adalah

$$5X + 5Y - L = 5(1.352,538) + 5(1.522,595) - 10.000 \approx 4.376$$

Jawab: C.

21. Dari persamaan - persamaan berikut , yang manakah yang benar ?

(1) $\ddot{a}_{\overline{n+1|}} = 1 + a_{\overline{n|}}$

(2) $s_{\overline{n|}} = (1+i)^n a_{\overline{n|}}$

(3) $\frac{1}{d} = \sum_{k=1}^{\infty} v^{k-1}$

A. Hanya 1

B. 1 dan 2

C. 1 dan 3

D. 2 dan 3

E. $1, 2$, dan 3

Pembahasan:

Pernyataan (1) benar, sebab :

$$1 + a_{\overline{n|}} = 1 + \left\{ v + v^2 + v^3 + \ldots + v^n \right\} = \ddot{a}_{\overline{n+1|}}$$

Pernyataan (2) benar, sebab :

$$(1+i)^n a_{\overline{n|}} = (1+i)^n \left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right) = \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) = s_{\overline{n|}}$$

Pernyataan (3) juga benar, sebab :

$$\sum_{k=1}^{\infty} v^{k-1} = 1 + v + v^2 + v^3 + \ldots = \frac{1}{1-v} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{1}{\frac{i}{i+1}} = \frac{1}{d}$$

Jawab: E.

22. Sebuah obligasi 20 tahun dengan nilai par 1000 dan tingkat kupon 7% yang dibayarkan semesteran dijual pada harga 1.080. Kupon dapat diinvestasikan kembali dengan tingkat bunga nominal $5,5\%$ dikonversikan semesteran. Asumsikan pembeli obligasi tetap memiliki obligasi tersebut hingga jatuh tempo, tentukan tingkat imbal hasil (*yield rate*) efektif tahunan secara keseluruhan yang didapat oleh pembeli obligasi.

    A. $6,05\%$

    B. $6,13\%$

    C. $6,25\%$

    D. $6,46\%$

    E. $6,56\%$

    Pembahasan:

    Diketahui $F = C = 1.000$, $r = \frac{7\%}{2} = 0,035$, $i = \frac{5{,}5\%}{2} = 0,0275$, dan pembayaran dilakukan sebanyak $n = 20 \times 2 = 40$ kali. Pada akhir tahun ke 20, jumlah uang yang dimiliki oleh pembeli obligasi, K, merupakan penjumlahan nilai par dan akumulasi dari kupon yang diinvestasikan kembali dengan tingkat bunga nominal 5.5% (dikonversikan semesteran) yaitu,

$$K = C + F\,r\,s_{\overline{40}|i} = 1.000 + 1.000(0,035)\left(\frac{1,0275^{40} - 1}{0,0275}\right) \approx 3.494,385075$$

    Jumlah uang ini setara dengan uang yang diinvestasikan mula-mula sebesar $P = 1.080$, sehingga

$$\begin{aligned} K &= P(1+j)^{20} \\ 3.494,385075 &= 1.080(1+j)^{20} \\ j &\approx 6,05\% \end{aligned}$$

    Jawab: A.

23. Diberikan harga semula dari sebuah obligasi 15 tahun dengan par 1.000 dan tingkat kupon $9,0\%$ yang dibayarkan semesteran adalah 932. Jika tingkat imbal hasil dari obligasi tersebut turun 1% dari semula, berapakah dampak terhadap harga obligasi tersebut ?

A. Harga berubah (naik atau turun) tidak lebih dari 15%

B. Harga naik lebih dari 5% tapi kurang dari 15%

C. Harga turun lebih dari 5% tapi kurang dari 15%

D. Harga naik lebih dari 15%

E. Harga turun lebih dari 15%

Pembahasan:

Diberikan nilai $F = C = 1.000$, $r = 4,5\%$, dan $n = 30$ kali pembayaran. Dari soal tersebut, diperoleh formula harga obligasi adalah :

$$\begin{aligned}1.000\,4.5\% a_{\overline{30|}i} + 1.000v^{30} &= 923\\ 1.000(4.5\%)\left(\frac{1-(1+i)^{-30}}{i}\right) + 1.000(1+i)^{-30} &= 923\\ i &\approx 0,05\end{aligned}$$

Karena i turun 0.01, nilai i menjadi $0,04$. Dengan formula yang sama, didapat :

$$1.000(4,5\%)\left(\frac{1-(1+0,04)^{-30}}{0,04}\right) + 1.000(1+0,04)^{-30}$$

sehingga harga obligasi menjadi $1.086,4$. Hal ini berarti, nilai obligasi mengalami kenaikan sebesar $\frac{1.086,4-923}{923} \approx 0,177$ atau 17,7%.

Jawab: D.

24. Bank Fleksi menawarkan tiga produk KPR yang memiliki skema bunga yang berbeda.

   i. Skema naik : Bunga pada 5 tahun pertama adalah 6%, setelahnya menjadi 8%.

   ii. Skema tetap : Bunga tetap 7% sepanjang tenor.

   iii. Skema turun : Bunga pada 5 tahun pertama adalah 8%, setelahnya menjadi 6%.

Jika besar cicilan tetap (tidak berubah sepanjang tenor) untuk semua skema. Urutkan skema dari yang menghasilkan total pemasukan bunga dari terbesar hingga terkecil untuk hutang KPR sebesar 1.000 dengan tenor 10 tahun.

A. Naik $>$ Tetap $>$ Turun

B. Turun $>$ Tetap $>$ Naik

C. Tetap $>$ Naik $>$ Turun

D. Tetap $>$ Turun $>$ Naik

E. Tetap $>$ Naik $=$ Turun

Pembahasan:

Untuk skema naik :

$$1.000 = Xa_{\overline{5}|6\%} + Xa_{\overline{5}|8\%}(1,06)^{-5} \rightarrow X \approx 138,867$$

Untuk skema tetap :

$$1.000 = Xa_{\overline{10}|7\%} \rightarrow X \approx 142,377$$

Untuk skema turun :

$$1.000 = Xa_{\overline{5}|8\%} + Xa_{\overline{5}|6\%}(1,08)^{-5} \rightarrow X \approx 145,78$$

Semakin besar cicilan X berarti semakin tinggi total pemasukan, sehingga skema yang benar adalah Turun$>$Tetap$>$Naik.

Jawab: B.

25. Diberikan dua buah investasi yang masing - masing berkembang dengan tingkt bunga efektif per tahun 8% dan 4% berturut - turut. Jika nilai awal pada investasi kedua adalah $1,5$ kali investasi yang pertama, tentukan pada waktu kapan nilai akumulasi investasi pertama sama dengan dua kalinya investasi kedua.

    A. $31,3$ tahun

    B. $29,1$ tahun

    C. $27,6$ tahun

    D. $24,8$ tahun

    E. $18,3$ tahun

Pembahasan:

Misalkan investasi pertama dan kedua, kita beri nama investasi A dan B. Nilai awal investasi adalah A_0 dan B_0 dan $B_0 = 1.5A_0$. Akan dicari kapan investasi A bernilai dua kali investasi B.

$$\begin{aligned} A_n &= 2B_n \\ A_0(1+0,08)^n &= 2B_0(1+0,04)^n \\ A_0(1,08)^n &= 2(1,5A_0)(1,04)^n \\ 1,08^n &= 3(1,04)^n \\ \left(\frac{1,08}{1,04}\right)^n &= 3 \\ n &\approx 29,1 \end{aligned}$$

Jawab: B.

26. Investasi A membeika bunga efektif 5% per tahun. Investasi B memberikan tingkat bunga sederhana 8% per tahun. Pada waktu t berapakah *force of interest* kedua investasi tersebut sama ? Bulatkan ke jawaban satu desimal terdekat.

A. 6 tahun

B. $6,5$ tahun

C. 7 tahun

D. $7,5$ tahun

E. 8 tahun

Pembahasan:

Untuk investasi A, *force of interest* adalah $\ln(1+5\%) = \ln(1,05)$. Sedangkan untuk investasi B, *force of interest* adalah $\delta_t = \frac{a'_t}{a_t} = \frac{0,08}{1+0,08t}$. Artinya, nilai t harus memenuhi persamaan :

$$\ln(1,05) = \frac{0,08}{1+0,08t}$$

Didapat nilai $t \approx 8$ tahun.

Jawab: E.

27. Sejumlah uang didepositokan dengan tingkat bunga efektif 4% setahun selama 6 tahun. Bila diketahui tingkat inflasi adalah 6% per tahun selama 6 tahun tersebut, hitunglah berapa persen nilai dari uang tersebut yang hilang (*lost of purchasing power*) selama periode tersebut ?

    A. $10,21\%$

    B. $10,52\%$

    C. $10,80\%$

    D. $11,04\%$

    E. $11,36\%$

    Pembahasan:
    Diberikan nilai tingkat bunga $i = 4\%$, tingkat inflasi $r = 6\%$. Maka, 1 satuan nilai uang tersebut dalam 1 tahun akan bernilai :

$$\begin{aligned}(1+i) &= (1+j)(1+r)\\ 1,04 &= (1+j)(1,06)\\ (1+j) &\approx 0,981132.\end{aligned}$$

    dan dalam enam tahun, bila terjadi hal yang sama, nilai uang akan menjadi $0,981132^6$ atau $0,892$. Artinya, nilai uang akan hilang sebesar 10,8%.
    Jawab: C.

28. Sebuah perpetuitas yang membayar 10 setiap 3 tahun dengan pembayaran pertama terjadi 3 tahun dari sekarang memiliki nilai kini 32. Dengan menggunakan tingat bunga yang sama, tentukan nilai kini dari perpetuitas yang membayar 1 setiap 4 bulan dengan pembayaran pertama terjadi 4 bulan dari sekarang.

    A. $31,6$

    B. $32,6$

    C. $33,6$

    D. $34,6$

E. $35,6$

Pembahasan:

Berdasarkan kalimat pertama, didapat persamaan perpetuitas :

$$\begin{aligned}
32 &= 10v^3 + 10v^6 + 10v^9 + \dots \\
32 &= \frac{10v^3}{1-v^3} \\
32 - 32v^3 &= 10v^3 \\
32 &= 42(1+i)^{-3} \\
1+i &\approx 1,094879 \\
\left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} &= 1,094879 \\
\frac{i^{(12)}}{12} &= 7,5823 \times 10^{-3}
\end{aligned}$$

Lalu, untuk perpetuitas yang dibayarkan setiap 4 bulan, nilai kininya adalah

$$v^4 + v^8 + \dots = \frac{v^4}{1-v^4} = \frac{(1+7,5823\times 10^{-3})^{-4}}{1-(1+7,5823\times 10^{-3})^{-4}} \approx 32,6$$

Jawab: B.

29. Pak Setio memiliki hutang yang dapat dilunasi dengan pembayaran sebesar $200, 400$, dan X pada akhir tahun ke-$1, 3$, dan 5 berturut - turut. Hutang tersebut juga dapat dilunasi hanya dengan membayar 1.200 pada akhir tahun ke-4. Diketahu tingkat bunga efektif tahunan atas hutang tersebt adalah 5%. Tentukan nilai X. Bulatkan jawaban ke satuan terdekat.

A. 576

B. 591

C. 612

D. 643

E. 676

Pembahasan:

Dari soal diatas, diperoleh $v = (1 + 0.05)^{-1} \approx 0.95238$ dan

$$\begin{aligned} 200v + 400v^3 + Xv^5 &= 1.200v^4 \\ Xv^5 &= 1.200v^4 - 200v - 400v^3 \\ X &\approx 575,898 \end{aligned}$$

Jawab: A.

30. Suatu hutang sebesar 10.000 dikenakan tingkat bunga efektif tahunan 10%. Hutang akan dicicil selama 20 tahun dengan pembayaran di setiap akhir tahun. Skema pembayaran yang dibuat adalah setiap cicilan memuat bagian pokok yang sama setiap tahunnya dan memuat bagian bunga yang dihitung berdasarkan sisa hutang yang belum terbayar. Pada tahun keberapa besar pembayaran dengan skema ini pertama kali menjadi lebih kecil dari besar pembayaran dengan skema cicilan tetap selama 20 tahun?

    A. Tahun ke-6

    B. Tahun ke-7

    C. Tahun ke-8

    D. Tahun ke-9

    E. Tahun ke-10

Pembahasan:

Pertama dicari besarnya cicilan tetap selama 20 tahun.

$$R = \frac{10.000}{a_{\overline{20}|10\%}} \approx 1.174,5962$$

Untuk menyelesaikan soal nomor ini, digunakan tabel amortisasi untuk melihat pada tahun ke berapa utang akan kurang dari $1.174,5962$. Tinjau bahwa hutang 10.000 akan dicicil 20 tahun, maka besar pokok hutang P adalah 500.

Dengan demikian, pada tahun ke-8 besar pembayaran dengan skema tersebut, pertama kali menjadi lebih kecil jika dibandingkan dengan besar pembayaran apabila menggunakan

t	B_t	$I = 10\%B$	R_t	P_t (tetap)	B_{t+1}
0	10.000	1000	1.500	500	9.500
1	9.500	950	1.450	500	9.000
2	9.000	900	1.400	500	8.500
3	8.500	850	1.350	500	8.000
4	8.000	800	1.300	500	7.500
5	7.500	750	1.250	500	7.000
6	7.000	700	1.200	500	6.500
7	6.500	650	1.150	500	6.000
8	6.000	600	1.100	500	5.500

skema cicilan tetap selama 20 tahun.

Jawab: C.